

Математички институт САНУ  
Одељење за механику

ПЛАН РАДА ЗА ОКТОБАР 2015.

Среда 7.10.2015. 18 часова, сала 301ф

**Катица Р. (Стевановић) Хедрих**, Математички институт САНУ, Пројекат ON174001

**CENTRAL COLLISION OF TWO ROLLING BODIES: THEORY AND EXAMPLES OF VIBRO-IMPACT SYSTEM  
NON-LINER DYNAMICS**

*Abstract:* This chapter is focused to central collision of two rolling rigid and heavy smooth balls and using elements of mathematical phenomenology and phenomenological mapping obtain corresponding post collision and outgoing angular velocities of the balls and applied these results for investigation vibro-impact dynamics of two rolling balls along circle trace. This task is fully solved and obtained results are original and new! Original plans of component impact velocities and angular velocity of each of two different rolling balls in central collision and corresponding outgoing angular velocities are presented. Use Petrović's elements of mathematical phenomenology, especially mathematical analogy between kinetic parameters of collision of two bodies in translator motion and collision of two rolling different size balls, new original expressions of two outgoing angular velocities for each of rolling balls after collision are defined. Using this new and original result vibro-impact dynamics of two rolling different heavy balls on the circle trace in vertical plane in period of series collisions is investigated. Use series of the elliptic integrals, new nonlinear equations for obtaining angles of balls positions at positions of collisions are defined. Branches of phase trajectories of the balls in vibro-impact dynamics are theoretically presented. Using previous new and original result, the vibro-impact dynamics of two rolling heavy different disks on the rotating circle trace in vertical plane in period of series of collisions is investigated. Use series of the elliptic integrals, new nonlinear equations for obtaining angles of disks positions at positions of collisions are defined. Phase trajectories of the disks in vibro-impact dynamics are theoretically presented. Two cases of vibro-impact dynamics when phase portraits contain trigger of coupled singularities and homoclinic orbit in the form of number "eight" as well as in the case without that trigger of coupled singularities are discussed. Phase trajectory branches of both rolling disks in period from initial positions to first collision between rolling disks are presented.

**Keywords:** Theory, rolling balls, collision, pre-impact, post-impact, impulse, moment of impulse, impact forces, impact couple, rolling trace, arrival angular velocity, impact angular velocity, outgoing angular velocity, theorems, collision of rolling balls in circle line, phase trajectory, angular velocity discontinuity, collision of rolling disks on rotate circle trace.

**References**

1. M. Petrović, Elementi matematičke fenomenologije (Elements of mathematical phenomenology), Srpska kraljevska akademija, Beograd, 1911. str. 89.  
<http://elibrary.matf.bg.ac.rs/handle/123456789/476?locale-attribute=sr>
2. M. Petrović, Fenomenološko preslikavanje (Phenomenological mapp), Srpska kraljevska akademija, Beograd, 1933. str. 33.  
<http://elibrary.matf.bg.ac.rs/handle/123456789/475>
3. Elements of mathematical phenomenology and phenomenological mapping in non-linear dynamics, Edited by Katica R. (Stevanovic) Hedrih, Ivan Kosenko, Pavel Krasilnikov and Pol D. Spanos, Special Issue of International Journal of Non-Linear, Mechanics, Volume 73, Pages 1-128 (July 2015)  
<http://www.sciencedirect.com.proxy.kobson.nb.rs:2048/science/journal/00207462/73>
4. K. R. (Stevanović) Hedrih, Beseda o Mihailu Petroviću (Address to Mihailo Petrović), Legende Beogradskog Univerziteta (Legends about University of Belgrade), Univerzitet u Beogradu, Univerzitetska biblioteka „Svetozar Marković“ u Beogradu, 2005, str. 37–48.
5. K. R. (Stevanović) Hedrih, Beseda o Mihailu Petroviću i fascinantnoj nelinearnoj dinamici (Address about Mihailo Petrović and fascinate non-linear dynamics), Rektorat Univerziteta u Beogradu i Srpska akademija nauka i umetnosti, Maj mesec matematike -- Srpski matematičari, Naucni skup maj 2012, Zavod za izdanje udzbenika, Beograd 2014-2015, pp. (to appear, in press)
6. K. R. Hedrih (Stevanović), V. Raičević, S. Jović, Vibro-impact of a Heavy Mass Particle Moving along a Rough Circle with Two Impact Limiters, ©Freund Publishing House Ltd., International Journal of Nonlinear Sciences & Numerical Simulation 10(11): 1713-1726, 2009.

7. Hedrih (Stevanović) K R., Raičević V. and Jović S., Phase Trajectory Portrait of the Vibro-impact Forced Dynamics of Two Heavy Mass Particles Motions along Rough Circle, Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulations, 2011 16 (12):4745-4755, DOI 10.1016/j.cnsns.2011.05.027.
8. K. R. Hedrih (Stevanović) (200), Nonlinear Dynamics of a Gyro-rotor, and Sensitive Dependence on initial Conditions of a Heav Gyro-rotor Forced Vibration/Rotation Motion, Semi-Plenary Invited Lecture, Proceedings: COC 2000, Edited by F.L. Chernousko and A.I. Fradkov, IEEE, CSS, IUTAM, SPICS, St. Petersburg, Inst. for Problems of Mech. Eng. of RAS, 2000., Vol. 2 of 3, pp. 259-266.
9. K. R. Hedrih (Stevanović) (2008), The optimal control in nonlinear mechanical systems with trigger of the coupled singularities, in the book: Advances in Mechanics : Dynamics and Control : Proceedings of the 14th International Workshop on Dynamics and Control / [ed. by F.L. Chernousko, G.V. Kostin, V.V. Saurin] : A.Yu. Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS. – Moscow : Nauka, 2008. pp. 174-182, ISBN 978-5-02-036667-1.
10. K. R. Hedrih (Stevanović) (2010), Discontinuity of kinetic parameter properties in nonlinear dynamics of mechanical systems, Keynote Invited Lecture, 9<sup>o</sup> Congresso Temático de Dinâmica, Controle e Aplicações, June 07-11, 2010. UneSP, Sao Paulo (Serra negra), Brazil, Proceedings of the 9th Brazilian Conference on Dynamics Control and their Applications, Serra Negra, 2010, pp. 8-40. SP - ISSN 2178-3667.
11. K. R. Hedrih (Stevanović) (2012), Energy and Nonlinear Dynamics of Hybrid Systems, Chapter in Book: Edited by A. Luo, Dynamical Systems and Methods, Springer. 2012, Part 1, 29-83, DOI: 10.1007/978-1-4614-0454-5\_2

Среда 14.10.2015. 18 часова, сала 301ф

**Божидар Јовановић**, Математички институт САНУ

### **ДИНАМИКА БИЛИЈАРА И СИМЕТРИЧНЕ КВАДРИКЕ**

*Резиме:* Приказаћемо нове резултате из динамике билијара дефинисане симетричним квадрикама у псеудо-Еуклидским просторима. У случају када су трајекторије светлосног типа, систем се посматра користећи оквир контактне интегралности. Рад је мотивисан истраживањима Владимира Драговића и Милене Радновић, а добијен је у сарадњи са Владимиром Јовановићем (Универзитет у Бања Луци).

Среда 21.10.2015. 18 часова, сала 301ф

**Ђорђе Мушицки**, Физички факултет, Универзитет у Београду и Математички институт САНУ

### **ПРОШИРЕЊЕ ВУЈАНОВИЋ-ЂУКИЋ НЕТЕРИНЕ ТЕОРЕМЕ ЗА КОНТИНУАЛНЕ СИСТЕМЕ, први део**

*Резиме:* Као што је познато, теорема Emmy Noether, примењена на механику представља један алгоритам за налажење инваријаната, тј. интеграла кретања система честица и према њој свакој трансформацији генералисаних координата и времена која одржава дејство  $\int_{t_0}^{t_1} L(q^i, \dot{q}^i, t) dt$  инваријантно одговара један интеграл (или константа) кретања. Доцније је она уопштavana, али само за конзервативне системе и неке специјалне случајеве неконзервативних, а опште уопштење за неконзервативне системе дали су Б. Вујановић и Ђ. Ђукић (1975. године). Они су то постигли погодном трансформацијом d'Alambert-Lagrange -овог принципа, чиме су истовремено решили и проблем како наћи такве трансформације генералисаних координата и времена којима одговара неки интеграл кретања.

У овом саопштењу дата је генерализација ове Вујановић-Ђукићеве Noether-ине теореме на механичке континуиране системе. При томе је за разлику од наведених аутора, ова генерализација извршена на директан начин, уопштавањем уобичајеног доказа Нетерине теореме, тј. Полазећи од тоталне варијације дејства за континуиране системе и примењујући одговарајуће опште Lagrange-еве једначине. У том циљу формулисана је одговарајућа тотална варијација дејства и на наведени начин, а по аналогији са Вујановић-Ђукић Noether-ином теоремом у аналитичкој механици, добијена одговарајућа генералисана Noether-ина теорема за континуиране системе. Потом је извршена анализа добијених резултата и показана је какви интеграл кретања произлазе из ове Noether-ине теореме, који се битно разликују од одговарајућих интеграла кретања у механици честица, укључујући и добијање интеграла енергије просторног типа.

Среда 28.10.2015. 18 часова, сала 301ф

**Ђорђе Мушицки**, Физички факултет, Универзитет у Београду и Математички институт САНУ

### **ПРОШИРЕЊЕ ВУЈАНОВИЋ-ЂУКИЋ НЕТЕРИНЕ ТЕОРЕМЕ ЗА КОНТИНУАЛНЕ СИСТЕМЕ, други део**

*Резиме:* У овом саопштењу, које се надовезује на претходно, уведени су тзв. псеудоконзервативни системи за континуиране системе, по аналогији са одговарајућим у механици честица (Ђ. Мушицки, 2012), чиме је

извршен један други, комплементарни прилаз овој проблематици. Они су дефинисани као таквинеконзервативни континуирани системи чије се Lagrange-еве једначине увођењем нове густине Лагранжијана могу свести на Euler-Lagrange-еве једначине, и формулисан је услов да се неки неконзервативан систем може сматрати псеудоконзервативним.

Анализирани су енергијским односи оваквих система и показано је да под извесним условима они имају извесне интеграле (или константе) енергије у ширем смислу, који уз карактеристичне разлике показују и извесне сличности са одговарајућим интегралима енергије у механици честица. Показано је како се могу наћи такви интеграл енергије, како помоћу добијене генералисане Noether-ина теореме која одговара псеудоконзервативним системима, тако и неосредно помоћу једног система парцијалних диференцијалних једначина.

Добијени резултати су илустровани на једном примеру: осцилације жице у вискозној средини. Пошто је показано да је овај систем псеудоконзервативна, примењен је одговарајући услов за постојање интеграла кретања и нађено је једна партикуларно решење овог услова, кад интеграл кретања постају интеграл енергије. На основу тога нађен је одговарајући интеграл енергије у ширем смислу, који показује све карактеристике таквих интеграла енергије за неконзервативне системе.

\* \* \* \* \*

Предавања су намењена широком кругу слушалаца, укључујући студенте редовних и докторских студија. Одржавају се средом са почетком у 18 часова у сали 301ф на трећем спрату зграде Математичког института САНУ, Кнез Михаилова 36.

Секретар Одељења за механику  
Математичког института САНУ  
др Катарина Кукић

Управник Одељења за механику  
Математичког института САНУ  
др Владимир Драговић

<http://www.mi.sanu.ac.rs/colloquiums/mechcoll.htm>  
mehanika@mi.sanu.ac.rs