

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ  
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Дарко З. Шошић

**МЕТОДЕ ОДРЕЂИВАЊА  
РАСПОЛОЖИВОГ ПРЕНОСНОГ  
КАПАЦИТЕТА У ВИСОКОНАПОНСКИМ  
ПРЕНОСНИМ МРЕЖАМА  
ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТСКОГ СИСТЕМА**

докторска дисертација

Београд, 2015

UNIVERSITY OF BELGRADE  
SCHOOL OF ELECTRICAL ENGINEERING

Darko Z. Šošić

**METHODS FOR DETERMINATION OF  
AVAILABLE TRANSFER CAPACITY IN  
HIGH-VOLTAGE TRANSMISSION  
NETWORK**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2015

## **ПОДАЦИ О МЕНТОРУ И ЧЛАНОВИМА КОМИСИЈЕ**

### **Ментор:**

Проф. др Иван Шкокљев, Универзитет у Београду – Електротехнички факултет

### **Чланови комисије:**

Проф. др Иван Шкокљев, Универзитет у Београду – Електротехнички факултет

Проф. др Никола Рајаковић, Универзитет у Београду – Електротехнички факултет

др Нинел Чукалевски, научни саветник, институт Михајло Пупин

Проф. др Дејан Тошић, Универзитет у Београду – Електротехнички факултет

Доц. др Предраф Стефанов, Универзитет у Београду – Електротехнички факултет

Датум одбране: \_\_\_\_\_.

# **МЕТОДЕ ОДРЕЂИВАЊА РАСПОЛОЖИВОГ ПРЕНОСНОГ КАПАЦИТЕТА У ВИСОКОНАПОНСКИМ ПРЕНОСНИМ МРЕЖАМА ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТСКОГ СИСТЕМА**

## **Резиме**

Тренд увођења тржишта у електроенергетски сектор се проширио по целом свету. У оваквом окружењу потрошачи теже да смање своје рачуне за електричну енергију избором снабдевача који највише одговара њиховим потребама. Са друге стране, од преносних мрежа се захтева да обезбеде довољан капацитет за пренос енергије у различитим смеровима при томе обезбеђујући адекватан ниво поузданости и квалитета снабдевања свих потрошача. У прошлости су преносни системи планирани да се сусрећу и раде само са малим бројем унапред договорених трансакција између тачно дефинисаних локација (учесника). Појавом дерегулисаног окружења број билатералних трансакција значајно расте и оператори преносног система ће морати да одржавају поуздан и сигуран рад система у присуству ових трансакција. Због овога је потребно развити нове методе и алате који ће помоћи операторима преносног система да процене утицај различитих билатералних трансакција на преносни систем.

Један од главних захтева који се намеће преносним мрежама је омогућавање недискриминаторног приступа свим учесницима тржишта електричне енергије. Да би постојала здрава конкуренција на тржишту електричне енергије потребно је омогућити и трговину из суседних електроенергетских система. У циљу остваривања овакве трговине потребно је обезбедити али и објављивати вредности расположивог преносног капацитета (ATC) за сваки интервал на коме се врши трговина. Статичка вредност ATC-а представља максималну снагу трансакције која се може пренети кроз систем у одређеном смеру и пресеку а да се при томе не наруши релевантна ограничења. Методе које се баве израчунавањем вредности ATC-а се деле на линеарне (које израчунавају приближну вредност) и итеративне методе. Обезбеђивањем довољне величине ATC-а омогућиће се слободна и економична трговина на ширем подручју које може да обухвата више суседних електроенергетских система.

Један од циљева ове дисертације је развој нове процедуре за израчунавање расподеливог преносног капацитета између два чвора или области. Основна предност развијене процедуре је што омогућава једноставно укључивање различитих видова трансакција, као и уважавање свих ограничења која се могу исказати математичким путем. Развијена процедура се заснива на употреби више различитих приступа и комбиновањем њихових добрих особина.

Налажење вредности АТС-а се може поставити и као оптимизациони проблем који је у овој дисертацији решаван помоћу метахеуристичких метода оптимизације. Коришћене су две метахеуристичке методе оптимизације, генетски алгоритам и алгоритам црне рупе, за решавање овог проблема. Генетски алгоритам је изабран зато што представља један од стандардних метода оптимизације. У овој дисертацији генетски алгоритам је додатно унапређен побољшавањем операције мутирања хромозома. На почетку процеса операцију мутирања је могуће вршити на свим битовима, што за последицу има ширу претрагу простора решења, док је на каснијим итерацијама мутација дозвољена само на битовима који имају нижи тежински фактор. Друго побољшање се огледа у имплементацији ауто корекције највеће могуће снаге трансакције. Треће побољшање се огледа у употреби више метода селекције и укрштања хромозома чиме се побољшава процес претраге простора решења и избегавају се лоше особине сваке појединачне методе селекције или укрштања. Због ових побољшања повећана је ефикасност и брзина израчунавања вредности АТС-а у односу на класични генетски алгоритам.

Нова процедура за налажења вредности АТС-а је тестирана на два реална инжењерска проблема. Први проблем се односи на одређивање вредности АТС-а билатералних и мултилатералних трансакција у преносној мрежи. У оквиру овог проблема применом предложеног алгоритма решавана су и загушења у преносној мрежи која настају као последица постојања више истовремених билатералних трансакција. Посматран је утицај редоследа пропуштања билатералних трансакција у циљу што већег преноса електричне енергије између две области. Уз мале модификације предложени алгоритам је могуће користити за одређивање оптималне процентуалне прерасподеле снаге мултилатералне трансакције по продавцима и купцима у циљу постизања највеће размене електричне енергије између две области. Прорачун је извршен на стандардној IEEE 30 сабирничкој мрежи, за

једно базно стање. На преносној мрежи Србије и Црне Горе тестиран је предложени алгоритам за израчунавање расположивог преносног капацитета између ових области. Начин на који оператори преносног система одређују прекограницни капацитет је послужио за формирање критеријумске функције и управљачких променљивих оптимизационе методе. Други проблем се односи на налажење оптималне величине и локације PV електране. Применом развијеног алгоритма и употребом критеријумске функције са тежинским факторима налажена је локација за изградњу PV електране тако да вредност АТС-а из одабраног чвора ка осталим чворовима у мрежи буде максимална. Критеријумска функција са тежинским факторима је коришћена у сврху решавања овог проблема.

**Кључне речи:** расположиви преносни капацитет, генетски алгоритам, алгоритам црне рупе, тржиште електричне енергије.

**Научна област:** Техничке науке – Електротехника

**Ужа научна област:** Електроенергетски системи

**УДК:** 621.3

# **METHODS FOR DETERMINATION OF AVAILABLE TRANSFER CAPACITY IN HIGH-VOLTAGE TRANSMISSION NETWORK**

## **Abstract**

The introduction of the competitive market into the electrical power industry has spread all over the world. In this setting, it is expected that customers can save money on their electricity bills by selecting the adequate suppliers for their needs. On the other hand, transmission companies are required to provide sufficient capacity for power transmission in both ways while maintaining the acceptable level of reliability and quality of supply to all customers. In the past, transmission systems were planned and operated to handle a limited number of wheeling transactions between the members of the interconnected power system. In a deregulated environment, the number of bilateral transactions will grow rapidly and system operators are expected to operate their systems securely and reliably in order to accommodate these transactions. New methods and tools will then be required to help the system operators evaluate the impact of different bilateral transactions on the operation of the systems.

One of the main requirements imposed on the transmission networks is to provide non-discriminatory access to all of the participants of the electricity market. In order to have fair competition in the electricity market it is essential to enable the trade between the neighboring power systems. With the aim of achieving this kind of trade it is necessary to provide and post the value of available transfer capacity (ATC) for each interval in which the trade is conducted. The static value of available transfer capacity is the maximum power that can be transmitted through the system in a certain direction without violating any of the system constraints. Methods that calculate the value of ATC are divided into linear (which calculate the approximate value) and iterative methods. Ensuring a sufficient amount of ATC will enable the undisturbed and economical trade in the wider area that can include more neighboring power systems.

The aim of this dissertation is to introduce a new procedure for the calculation of the available transfer capacity between two nodes or areas. The main advantage of this method is that it enables simple inclusion of various types of transactions, including consideration of all constraints that can be expressed mathematically. The developed

procedure is based on the use of several different approaches and on the combination of their good features.

Finding the value of ATC can be set as an optimization problem which, in this dissertation, is solved by using metaheuristic methods of optimization. For the purpose of solving this optimization problem, two of metaheuristic optimization methods are used, genetic algorithm and black hole algorithm. Genetic algorithm was chosen because it represents one of the standard optimization methods. In this dissertation, genetic algorithm is further improved by introducing new operation of chromosome mutation. At the beginning of the process, operation of mutation can be performed on all bits, which results in a wider search space, while in the latter iterations mutation is allowed only on the bits that have lower weighting factor. The second improvement is reflected in the implementation of auto correction of maximum possible power of the transaction. The third improvement is reflected in the use of multiple methods of selection and crossover of chromosomes, thereby improving the process of search within the search space, and avoiding the bad qualities of each method of selection or crossover. Because of these improvements the efficiency and speed of calculation of the ATC value are increased compared to classical genetic algorithm.

The new procedure for finding the value of ATC is tested on two real engineering problems. The first problem relates to the determination of the ATC value of bilateral and multilateral transactions in the transmission network. By using the proposed algorithm congestion in the transmission network can be solved, which arise as a consequence of the existence of multiple bilateral transactions. The effect of the order of establishing the transaction is observed in the order of higher electricity transmission between the two areas. With minor modifications, the proposed algorithm can be used to determine the optimal percentage of redistribution of power of multilateral transactions by sellers and buyers in order to achieve the maximum power exchange between the two areas. The calculation is done on IEEE 30 bus system, for one base case. On the transmission network of Serbia and Montenegro the proposed algorithm was tested for calculating the available transmission capacity between these areas. The way in which the transmission system operators determine the cross-border capacity is used for forming the criterion function and control variables of this optimization method. The second problem is related to the determination of optimal size and location

of PV power plants with the aim of maximizing the value of ATC from the selected node to other nodes in the network. Aiming to solve this optimization problem the proposed algorithm was used with the criteria function that uses weight factors.

**Keywords:** Available Transfer Capacity, Genetic algorithm, Black Hole algorithm, electricity market.

**Scientific field:** Technical science – Electrical engineering

**Specific scientific field:** Power systems

**UDK:** 621.3

# САДРЖАЈ

1. УВОД .....	1
2. РАСПОЛОЖИВИ ПРЕНОСНИ КАПАЦИТЕТ .....	13
3. МЕТОДЕ ОПТИМИЗАЦИЈЕ .....	18
3.1. Генетски Алгоритам .....	23
3.1.1. Кодирање .....	24
3.1.2. Почетна популација .....	24
3.1.3. Фитнес функција .....	25
3.1.4. Критеријум заустављања .....	25
3.1.5. Селекција .....	26
3.1.6. Елитизам .....	27
3.1.7. Укрштање .....	28
3.1.8. Мутација .....	30
3.1.9. Класичан Генетски Алгоритам .....	31
3.2. Stud Алгоритам .....	31
3.3. Модификовани Генетски Алгоритам .....	32
3.4. Evolutionary Programming .....	35
3.4.1. Fast Evolutionary Programming (FEP) .....	36
3.5. Differential Evolution .....	37
3.5.1. Мутација .....	38
3.5.2. Укрштање .....	38
3.5.3. Селекција .....	39
3.6. Big Bang - Big Chrunch метода .....	39
3.7. Black Hole .....	42
3.7.1. Алгоритам .....	42
3.8. Gravitational Search Algorithm .....	44

3.8.1. Алгоритам .....	46
3.9. Grey Wolf Optimizer.....	49
3.9.1. Математички модел.....	50
3.9.1.1. Друштвена хијерархија .....	50
3.9.1.2. Опкољавање плена .....	51
3.9.1.3. Лов.....	52
3.9.1.4. Напад на плен (експлоатација).....	52
3.9.1.5. Потрага за пленом (истраживање) .....	53
3.9.2. Алгоритам .....	54
3.10. Firefly алгоритам.....	55
3.10.1. Интензитет светла и привлачност.....	55
3.10.2. Алгоритам .....	58
3.11. Krill Herd (KH) .....	59
3.11.1. Лагранжов модел Крил јата .....	59
3.11.1.1. Кретање у зависности од других јединки .....	60
3.11.1.2. Потрага за храном.....	62
3.11.1.3. Раштркано кретање.....	63
3.11.2. Процес кретања у КН алгоритму .....	63
3.11.3. Алгоритам .....	64
3.12. Теорија хаоса.....	65
3.13. Левијев лет .....	66
3.13.1. Левијева расподела.....	67
3.13.2. Симулација Левијевог произвољног броја.....	68
4. ТРЖИШТЕ .....	70
4.1. Nord Pool Spot .....	75
4.2. APX .....	76

4.3. EPEX Spot.....	77
4.4. GME .....	78
4.5. Србија .....	79
<b>5. МЕТОДЕ ОДРЕЂИВАЊА РАСПОЛОЖИВОГ ПРЕНОСНОГ КАПАЦИТЕТА</b>	<b>81</b>
5.1. Одређивање коефицијената расподеле токова снага по водовима .....	81
5.1.1. AC метода.....	82
5.1.2. DC метода.....	85
5.2. Одређивање коефицијената расподеле токова снага по водовима услед испада елемената .....	86
5.2.1. AC метода.....	86
5.2.2. DC метода.....	87
5.3. Одређивање ATC-а за базно стање мреже .....	89
5.4. Одређивање ATC-а са испадима .....	90
5.5. Уважавање тока реактивне снаге у линеарном моделу мреже .....	91
5.6. Оптимални прорачун токова снага .....	95
5.7. Одређивање ATC-а помоћи симболичког прорачуна .....	98
5.8. Алгоритам за израчунавање ATC-а трансакција.....	104
5.9. Одређивање оптималне локације и величине фотонапонске електране ....	132
5.9.1. Предложени алгоритам .....	133
5.9.1.1. DC метода.....	134
5.9.1.2. GA метода и пун AC модел мреже .....	134
5.9.2. Резултати .....	135
<b>6. СТРУКТУРЕ И НАЧИНИ КОРИШЋЕЊА РАЗВИЈЕНЕ ПРОГРАМСКЕ ПОДРШКЕ .....</b>	<b>145</b>
<b>7. ЗАКЉУЧАК .....</b>	<b>149</b>
<b>8. ЛИТЕРАТУРА .....</b>	<b>152</b>

9. ПРИЛОГ 1 - ИЗРАЧУНАВАЊЕ ИНВЕРЗНЕ ВРЕДНОСТИ РЕТКЕ МАТРИЦЕ	168
.....	
9.1. Шеме пренумерације.....	169
9.2. Употреба инверзних факора за налажење решења система линеарних једначина .....	170
10. ПРИЛОГ 2- ТЕСТ ФУНКЦИЈЕ.....	176
11. ПРИЛОГ 3 .....	179
БИОГРАФИЈА .....	187

## СПИСАК СКРАЋЕНИЦА

AAC	( <i>Already Allocated Capacity</i> ) Резервисани капацитет
ALC	( <i>Available Loading Capacity</i> ) Расположиви оптеретни капацитет
ATC	( <i>Available Transfer Capacity</i> ) Расположиви преносни капацитет
BH	( <i>Black Hole</i> ) Алгоритам Црне Рупе
DE	( <i>Differential Evolution</i> ) Алгоритам Диференцијалне Еволуције
EP	( <i>Evolution Programming</i> ) Еволуционо Програмирање
FEP	( <i>Fast Evolution Programming</i> ) Брзо Еволуционо Програмирање
GUPFC	<i>Generalized Unified Power Flow Controller</i>
FACTS	<i>Flexible AC Transmission Systems</i>
IPFC	<i>Interline Power Flow Controller</i>
KH	<i>Krill Herd</i>
LODF	( <i>Line outage Distribution Factor</i> ) Коефицијент расподеле токова активне снаге по гранама мреже услед испада неке гране
MC	<i>Monte Carlo</i> симулација
MGA	Модификовани Генетски алгоритам
N-R	Њутн-Рапсонов прорачун токова снага
NTC	( <i>Net Transfer Capacity</i> ) Нето преносни капацитет
OIE	Обновљиви извори енергије
OPF	( <i>Optimal Power Flow</i> ) Прорачун оптималних токова снага
PTDF	( <i>Power Transfer Distribution Factor</i> ) Фактор расподеле активне снаге по гранама мреже услед постојања трансакције
PV електрана	( <i>Photovoltaic</i> ) Фотонапонска електрана
RPF	( <i>Repeated Power Flow</i> ) Метода понављајућих токова снага
SVC	( <i>Static Var Compensator</i> ) Статички компензациони систем
TCSC	( <i>Thyristor Controled Series Compensator</i> ) Тиристорски контролисани редни компензатор
TRM	( <i>Transmission Reliability Margin</i> ) Маргина поузданог преноса
TTC	( <i>Total Transfer Capability</i> ) Могућност укупног преноса
UCTE	<i>Union for the Coordination of Transmission of Electricity</i>
UPFC	<i>Unified Power Flow Controller</i>

## **1. УВОД**

Електроенергетски сектор је претрпео значајне промене у последње две деценије прелазећи из вертикално интегрисаног у дерегулисани систем. Развијени су различити модели тржишта електричне енергије који се труде да обезбеде правичан, поуздан и ефикасан начин производње, трговине, преноса и дистрибуције електричне енергије. После првих проблема који су били повезани са формирањем тржишта већ је постало јасно да је неопходно уважавати физичка ограничења преносног система ради добrog моделовања тржишта. Добри модели тржишта ће давати добре сигнале инвеститорима, али и самим произвођачима и потрошачима. Главни циљеви дерегулације су оснивање отвореног тржишта, стварање отвореног приступа преносном систему, ефикасна тржишна комуникација помоћу цене. Поред свега наведеног неопходно је обезбедити и поуздан рад електроенергетског система. Ови циљеви су оствариви само ако се цена електричне енергије формира узимајући у обзир сва ограничења преносног система и ако се уваже непредвиђени услови рада, као што су испади појединих елемената.

У дерегулисаним електроенергетским системима, произвођачи и потрошачи деле заједничу преносну мрежу за размену електричне енергије. У оваквом окружењу потрошачи теже да набаве што јефтинију електричну енергију, при чему није неопходно да се произвођачи налазе у истој или суседној области у којој се налазе потрошачи. На оваквим тржиштима је могуће снабдевање једне области из више различитих области. Ово за последицу може имати преоптерећење и загушење одређених коридора преносне мреже, што најчешће доводи до прекорачења термалних ограничења елемената, повреда ограничења стабилности као и прекорачење напонских ограничења, што проузрокује драстично смањење сигурности система. Сигурност и економичност су основни захтеви који се намећу операторима преносних система.

Оптимална расподела токова снага и увећање општег добра може се постићи отварањем тржишта електричне енергије и постојањем економичне размене електричне енергије са другим системима. Са друге стране, ако се само једно загушење не може успешно решити, целокупан систем се доводи у веома опасну ситуацију. Због овога је веома важно спроводити анализе сигурности повезаних елек-

троенергетских система. Најпознатија метода која се бави овом тематиком је n-1 типа. За велике електроенергетске системе критеријум n-1 је веома захтеван задатак. Зато је неопходно рангирати водове на којима се загушења најчешће дешавају, а који имају највише утицаја на стабилност електроенергетског система.

Рад и дизајн преносног системи је у прошлости планиран тако да подмирује потребе сопственог електроенергетског система и да се сусреће са малим бројем билатералних трансакција које су оствариване између одабраног дела корисника интерконективних електроенергетских система. Ова услуга је најчешће била секундарне природе, пошто се приоритет давао сопственој производњи. У дерегулисаном електроенергетском систему број билатералних трансакција ће значајно порasti тако да је неопходно усвојити нова правила помоћу којих ће оператор преносног система управљати мрежом.

Потреба за другачијим начином управљања системом у дерегулисаном окружењу настала је као последица поменутих проблема. Код вертикално интегрисаног система проблеми везани са преоптерећењем и загушењем водова, као и проблеми везани за напонску и угаону стабилност су се најчешће решавали прерасподелом снага по генераторима. Са друге стране у дерегулисаном систему је неопходно усвојити ефикасне мере које неће довести до дискриминације појединих учесника. Такве мере имају за циљ да повећају преносне могућности мреже бОљим иско-ришћењем преносних капацитета или да сугеришу изградњу нових преносних капацитета.

Ова дисертација се бави одређивањем расположивог преносног капацитета у интерконективним системима уважавајући ограничења која владају у преносном систему. Овај концепт је познат и под називом могућност расположивог преноса (*available transfer capability* – ATC) који је први пут дефинисан 1996 године [1]. Приликом дефинисања ове величине прављена је разлика између могућности преноса (*transfer capability*) и преносног капацитета (*transmission capacity*). Могућност преноса је мера способности повезаних електроенергетских система да поуздано преносе електричну енергију из једне у другу област преко свих преносних водова између ових области под унапред дефинисаним условима [2]. Јединица којом се означава могућност преноса је MW. У овом контексту под термином „област“ може се посматрати цео електроенергетски систем, део система дефини-

сан границама тржишта, регулациона област, део региона или било који део од свега наведеног. За појам могућности преноса се такође везује и смер. Односно, могућност преноса из области А у област Б није обавезно једнака могућности преноса из области Б у област А. Ова величина је јако зависна од распореда производње, промене потрошње и самог стања у преносном систему током посматраног периода. У пракси се све чешће, поготово у Европи, користи термин капацитет. Ако би се строго гледало на дефиницију капацитета онда би се он односио само на појединачни елемент преносног система, код водова он би био дефинисан техничким ограничењем (термална и ограничења стабилности). Могућност појединачног вода да пренесе електричну енергију, а који представља само део интерконекције, је функција физичких зависности тог вода и осталих компоненти у преносном систему. Појединачни преносни капацитети интерконективних водова се не могу сабирати у циљу налажења вредности могућности преноса. Тако сабрани преносни капацитети се углавном у великој мери разликују од стварне вредности могућности преноса. Захваљујући дефиницијама које је ETSO-E дао у [3] ATC се може посматрати и као расположиви преносни капацитет (*available transfer capacity*).

У вертикално интегрисаном систему под појмом могућност преноса се подразумевала способност преносног система да издржи токове снага који су последица присуства нових генератора, већег нивоа потрошње, или планираних испада. Мењањем енергетског сектора обавеза одређивања могућности преноса је припадла оператору тржишта. Могућност преноса представља величину која је улазни и излазни параметар тржишта. Наиме, право преноса појединим трансакцијама се додељује управо на основу висине ATC-а између те две области, док са друге стране ATC зависи од тренутног стања у преносном систему. Имајући ово у виду израчунавање вредности ATC-а представља прави изазов. Један од првих проблема представља потреба за израчунавањем великог броја вредности ATC-а. Потенцијални број ATC вредности је велики, не само због великог броја комбинација извор/упориште, већ и због чињенице да са променом базних токова снага долази и до промене ATC вредности свих парова извор/упориште [4]. Додатне потешкоће настају услед недоследности података потребних за израчунавање. Наиме, тачан возни ред производних јединица није познат све до тренутка затварања тржишта

тако да израчунате вредности АТС-а најчешће представљају процењену а не стварну вредност расположивог преносног капацитета.

Методе које се баве израчунавањем вредности АТС-а се могу грубо поделити на једнокорачне и итеративне методе. Код једнокорачних метода израчунавање вредности АТС-а како билатералних тако и мултилатералних трансакција се заснива на употреби коефицијената осетљивости. У зависности од модела мреже који је коришћен при израчунавању ових коефицијената, DC или AC модел, добијени резултати могу бити више или мање оптимистични пошто се углавном добијају вредности које су веће од стварне вредности АТС-а. Са друге стране методе које се заснивају на итеративном поступку дају тачније резултате, али због природе израчунавања захтевају више времена од једнокорачних метода. Постоје три основне методе за израчунавање тачне вредности АТС-а:

- континуални прорачун токова снага [5, 6],
- понављајући прорачун токова снага [7], и
- оптимални прорачун токова снага (OPF) [8].

Ејебе и остали аутори у [4] су међу првима користили континуални прорачун токова снага ради израчунавања АТС-а, при томе наводећи да је даље убрзавање алгоритма неопходно пошто је ова метода временски веома захтевна. Ејебе са групом аутора је у [9] изложио методу за брзо израчунавање вредности АТС-а билатералних трансакција коришћењем линеаризованог модела електроенергетског система уважавајући само термална ограничења елемената. Континуални прорачун токова снага је у [10] коришћен за израчунавање вредности АТС-а у присуству DC водова у преносној мрежи. У [11] за израчунавање вредности АТС-а аутори су прво користили резултате линеарне методе, која се заснива на DC моделу мреже. Након тога су добијене резултате проверавали помоћу методе континуалних токова снага. Ако су добијени резултати узроковали присуство неприхватљивих напона на сабирницама, или немогућност конвергенције прорачуна токова снага, снаге билатералних трансакција су смањиване за унапред дефинисан износ.

Gravener и Nwankpa су за израчунавање вредности АТС између области користили понављајући прорачун токова снага [12]. Аутори су усвојили линеарно повећање потрошње/производње у свим потрошачким/генераторским чворовима набав-

не, односно продајне области. Повећање снаге трансакције се врши са почетним кораком који се смањује за 50 % када се достигне неко ограничење. Када повећање падне испод неке унапред дефинисане границе прорачун се зауставља и та вредност је проглашавана за вредност ATC-а између разматраних области.

У [13] је за одређивање вредности расположивог преносног капацитета кориштен OPF при чему је уважаван n-1 критеријум сигурности. Ради убрзавања процеса аутори су у обзир узимали само интерконективне водове и то оне који су најоптерећенији. Једна од метода рангирања загушених водова је приказана и у [14]. Sood је са групом аутора у [15] одређивао изводљивост билатералних трансакција применом градијентног OPF-а и понављајућег прорачуна токова снага. Аутори су такође предложили и начин наплате сваке билатералне трансакције коришћењем маргиналних цена, чије су израчунавање приказали у [16]. Sood је у [17] приказао начин за израчунавање оптималних токова снага у дерегулисаном електроенергетском систему применом еволуционог програмирања. Исти аутор је у [18] користио поменуту методу за проверу изводљивости билатералних и мултилатералних трансакција, тако што је за максималну снагу размене узимао веома велику вредност. Такође је предложио и алгоритам за смањивање симултаних неизводљивих трансакција тако да се кроз систем пренесе што већа количина енергије. Milano, Cañizares и Invernizzi су у [19] приказали могућност уважавања напонске стабилности у OPF моделу као и могућност разматрања n-1 испада.

Sood и Singh су у [20] предложили методу за управљање загушењима у дерегулисаном електроенергетском систему у присуству обновљивих извора енергије. Аутори су производњу из обновљивих извора сматрали као трансакцију која се мора прихватити у целости док су све остale трансакције биле подложне смањивању. Као што је већ напоменуто, намеће се потреба за дефинисањем добрих правила рада тржишта у циљу смањивања загушења која могу да доведу до злоупотребе појединих учесника. Liu, Ni, Wu и Bi су предложили модел децентрализованог управљања загушењем у присуству тржишта електричне енергије применом DC модела мреже и оптималне алокације ресурса [21]. Padhy је са групом аутора развио алгоритам за смањивање активних и реактивних снага билатералних и мултилатералних трансакција [22] у циљу управљања загушењима, који се заснива на коришћењу OPF-а са AC моделом мреже.

Shaaban, Ni и Wu су помоћу генетског алгоритма који ради са реалним бројевима одређивали могућност укупног преноса (*Total Transfer Capability* – TTC) билатералне трансакције [23]. Аутори нису користили никакву помоћну методу за одређивање максималног TTC-а тако да су били приморани да раде са пенализационим факторима. Коришћење пенализационих фактора је допринело веома спорој конвергенцији алгоритма чак и за веома једноставан пример на коме су аутори тестирали предложену методу. Методе за израчунавање осетљивости TTC-а на промене параметара система су приказане у следећим радовима [24-26]. У [27] аутори су одређивали динамичку вредност TTC-а, који представља главну компоненту ATC-а, узимајући у обзир растерећивање генератора које настаје услед квррова у преносној мрежи. Као главни ограничавајући фактор за одређивање TTC-а аутори су користили угаону стабилност ротора. У [28] је представљена метода за одређивање маргине поузданог преноса (*Transmission Reliability Margin* – TRM) која такође представља једну од потребних компоненти за израчунавање вредности ATC-а.

Grijalva је са групом аутора у [29, 30] представио брзу методу засновану на линеаризованом моделу мреже за израчунавање вредности ATC-а који уважава токове реактивних снага помоћу корекције термалних ограничења водова. Grijalva и Sauer су у [31] приказали начин за уважавање статичког ограничења стабилности при одређивању TTC-а. Док су у [32] приказали методу за одређивање елемента преносног система који први достиже статичку границу стабилности. Hamoud је у [33, 34] показао да распоред пропуштања трансакција утиче на количину трансакција које ће бити прихваћење, истичући при томе важност контратокова ради растерећивања система. Ова анализа је спроведена помоћу DC модела мреже и уз претпоставку о непромењеном распореду производње и потрошње у присуству трансакција.

Расподела губитака по генераторима у окружењу у коме доминирају билатералне трансакције је била тема у [35] и [36]. У [36] је приказана метода у којој сваки генератор који учествује у трансакцији покрива активне губитке које изазива та трансакција. Ради одржавања напона у прописаним оквирима аутори су предложили да генераторима који су ближи чворовима са слабијим напонским прилика- ма буде наређено да произведу потребну количину активне енергије. За овај

корак су се одлучили да се не би реактивна енергија водила кроз цео систем и тиме проузроковала смањење преносног капацитета. Аутори су разматрали и начин плаћања услуга генераторима који су произвели додатну реактивну енергију. Satoh, Tanaka и Iwamoto су као ограничавајући фактор приликом рачунања ATC-а, коришћењем линеаризованих фактора расподеле токова снага по водовима (PTDF), уважавали само термално ограничење вода [37]. Термални капацитет није посматран као фиксан, већ је развијен модел који зависи од тренутног оптерећења водова, стварне температуре амбијента и брзине ветра. На основу овако израчунатих вредности одређивани су оптимални одцепи на (phase shifter) трансформаторима.

Jain, Singh и Srivastava су у [38] изложили поступак за одређивање вредности ATC-а како билатералних тако и мултилатералних трансакција уважавајући осцилаторну стабилност. Ограниченија осцилаторне природе могу да се пореде са Hopf бифуркационим ограничењем, односно једно од критичних сопствених вредности Јакобијана је досегло до имагинарне осе. Помоћу одговарајућег индекса смањена је листа испада која је за сваку трансакцију различита.

Висина ATC-а између две области је послужила као један од критеријума при решавању оптимизационог проблема који се бави динамичким планирањем проширења преносне мреже [39]. Аутори су желели да додавањем нових водова смање инвестициона улагања и операционе трошкове, али и да обезбеде што је могуће већу могућност преноса између разматраних области.

У новије време значајан број радова се бави избором локације FACTS уређаја ради повећања вредности ATC-а како билатералних тако и мултилатералних трансакција [40-54]. Rashidinejad заједно са групом аутора је коришћењем генетског алгоритма са реалним бројевима заједно са процесом аналитичке хијерархије и fuzzy скуповима решавао проблем оптималне локације и величине TCSC уређаја у циљу побољшања ATC-а и напонских прилика у преносној мрежи [42]. Farahmand са другим ауторима је користио методу поновљених токова снага за налажење ATC-а између две области упрошћеног електроенергетског система у присуству SVC уредјаја [43]. У [47] вредност ATC између две области је рачуната помоћу Simplex методе, док су локацију за градњу FACTS уређаја аутори одређивали итеративно. У [48] је разматран утицај IPFC-а и GUPFC-а на повећање ATC-

а између две суседне области. Аутори су за налажење вредности ATC-а користили модел OPF-а који су решили нелинеарном Interior Point методом. Као критеријумску функцију користили су разлику између вредности токова снага по интерконтактивним водовима у базном и у оптималном стању. Коришћењем континуалног прорачуна токова снага и применом анализе осетљивости бирана је најбоља локација за изградњи UPFC-а како би се повећала могућност преноса између две области [44].

Да би се уважила несигурност у прогнози потрошње, као и испади елемената преносног система многи аутори су за израчунавање вредности ATC-а и њених компонената користили Monte Carlo (MC) симулацију [55-65]. У [56] вредност ATC-а за сваку секвенцу MC симулације због убрзавања алгоритма је рачуната помоћу линеарног програмирања и DC модела мреже. У оквиру сваке секвенце разматрана је само промена потрошње и производње. Користећи ову методу иста група аутора је покушавала да нађе најбољу локацију у преносном систему за изградњу нових електрана ради повећања ATC-а [57]. Метода за хронолошку процена промене ATC-а је вршена у [59] помоћу DC OPF-а. У оквиру сваке секвенце одређивана је расположивост елемената система, при чему је уважавано време потребно за поправку елемента ако се дододио његов испад у неком претходном тренутку. Расподела вероватноће ATC-а у присуству променљиве производње ветроелектрана и променљиве потрошње је разматрана у [60]. Промене токова снага по водовима су одређиване помоћу DC PTDF-а, док су само чворови са термоелектранама узимани у обзир за чворове из којих се снабдевају трансакције. Утицај променљиве производње ветроелектрана на висину ATC-а је разматран и у [66]. Одређивање маргине поузданог преноса помоћу MC симулације је била тема у радовима [64] и [65].

Други начин за уважавање несигурности је коришћење fuzzy скупова. Hahn са групом аутора је предложио fuzzy приступ за одређивање вредности ATC-а помоћу OPF-а који уважава непредвиђене испаде користећи Benderovu декомпозицију [67]. У главном делу је решаван проблем без испада док је број помоћних проблема био једнак броју испада. На крају алгоритма аутори су вршили поређење резултата. У [68] је ATC између суседних области одређиван помоћу fuzzy скупова и прорачуна континуалних токова снага. Аутори су се одлучили за fuzzy

скупове да би уважили несигурности које су присутне у производњи и потрошњи, при томе нису уважавали испаде појединих елемената преносне мреже.

Последњих година неки аутори су пробали да нађу вредност АТС-а коришћењем неуралних мрежа. У [69] за израчунавање вредности АТС-а билатералних трансакција коришћене су Radial Basis Function Neural Network. Ове неуралне мреже се састоје од три фиксна слоја и сваки чвор у вишем слоју је повезан са свим чворовима у нижем слоју. За груписање података користили су кластеровање на бази Еуклидове удаљености и random forest технику. За употребу ове и свих других неуралних мрежа потребан је велики број познатих решења да би се мрежа добро формирала, пошто сваки непредвиђени догађај може проузроковати добијање погрешних резултата. Користећи велику групу могућих решења која су настала произвољним мењањем потрошње, при чему се производња није мењала израчунавана је вредност АТС-а између области помоћу континуалног прорачуна токова снага [70]. У оквиру ових решења ради провере сигурности система уважавани су само испади водова. Користећи Еуклидово растојање решења која су била довољно близко су груписана у заједнички кластер. На основу ове поделе сваки кластер је служио за обуку једне Levenberg-Marquardt неуралне мреже. Овако научене неуралне мреже аутори су користили за одређивање АТС, при чему су улази у неуралну мрежу само активна и реактивна снага потрошње на чворовима мреже.

Циљ ове дисертације је увођење нове оптимизационе процедуре за налажење вредности расположивог преносног капацитета билатералних и мултилатералних трансакција. Основна предност развијене процедуре је што омогућава лако увођење нових ограничења. Процедура за израчунавање АТС-а која је развијена у оквиру ове дисертације је настала искоришћавањем и комбиновањем добрих особина неколицине претходно развијених метода. Главна предност у односу на радове који су израчунавање вредности АТС-а базирали на OPF моделу се огледа у постојању познатог ограничења максималне вредности трансакције. У предложеној процедуре максимална вредност било које трансакције се прво одређује помоћу DC методе. Време потребно за ово израчунавање је веома мало тако да је овај поступак оправдан. Друга предност предложене процедуре се огледа у томе

што она ради само са изовдљивим скупом решења у свакој итерацији, чиме се избегава рад са пенализационим факторима и знатно убрзава алгоритам.

Примена метахеуристичких метода оптимизације у циљу одређивања вредности ATC-а, у овој дисертацији, је илустрована са два реална инжењерска проблема са примерима у петом поглављу. Први и основни проблем је одређивање вредности ATC-а билатералних и мултилатералних трансакција у преносној мрежи. У оквиру овог проблема применом предложеног алгоритма решавана су и загушења у преносној мрежи која настају као последица постојања више истовремених билатералних трансакција. Посматран је утицај редоследа пропуштања билатералних трансакција у циљу што већег преноса електричне енергије између две области. Уз мале модификације предложени алгоритам је могуће користити за одређивање оптималне процентуалне прерасподеле снаге мултилатералне трансакције по прдавцима и купцима у циљу постизања највеће размене електричне енергије између две области. Прорачун је извршен на стандардној IEEE 30 сабирничкој мрежи која је доста коришћена у радовима који се баве овом тематиком. Прорачун је одрађен за једно базно стање. Разматрање једног базног стања је оправдано пошто се за одређивање ATC-а на већим тржиштима (Nord Pool Spot) користи прогнозирана вредност производње и потрошње за одређени сат. Свака промена базног стања неминовно доводи и до промене вредности ATC-а. На преносној мрежи Србије и Црне Горе тестиран је предложени алгоритам за израчунавање ATC-а између ових области. Начин на који оператори преносног система одређују прекограницни капацитет је послужио за формирање критеријумске функције и управљачких променљивих оптимизационе методе.

Други проблем који је разматран у овој дисертацији односи се на налажење величине и локације PV електране тако да вредност ATC-а из одабраног чвора ка осталим чворовима у мрежи буде максимална. По истеку *feed-in* тарифе сви повлашћени произвођачи ће морати да изађу на тржиште. Пошто је животни век PV електрана око 30 година, а дужина трања *feed-in* тарифе око 10 година, инвеститори би требало да мисле да ли ће целокупну енергију произведену помоћу PV панела моћи да продају било ком купцу. Управо из тих разлога разматрана висина ATC-а према осталим чворовима је коришћена као један елемент критеријумске функције. Прорачун је извршен за три мреже различитих величина симули-

рајући при томе повезане интерконективне системе (IEEE 5 сабирнички систем), један електро енергетски систем (IEEE 30 сабирнички систем) и средњенапонску дистрибутивну мрежу (IEEE 33 сабирнички систем).

Дисертација се састоји од 7 поглавља и три прилога. Након уводног поглавља у коме је дат преглед литературе која се бави методама израчунавања ATC-а, у другом поглављу је дата дефиниција ATC-а. Треће поглавље је посвећено метахеуристичким методама оптимизације. За разлику од конвенционалних метода које захтевају монотоност и непрекидност критеријумске функције, метахеуристичке методе могу да раде са мноштвом различитих критеријумских функцијама. Свако ограничење које може математички да се описе могуће је једноставно уградити у било коју од описаних метода. Метахеуристичке методе оптимизације се деле у три групе према начину формирања нових решења, и из сваке групе је описано по неколико метода. У оквиру овог поглавља се налазе и објашњења делова који нису опште познати и који не припадају конкретно ни једном алгоритму али су додавани приликом њихове модификације, као што је на пример случајан избор бројева методом Левијевог лета. Уз опис класичног генетског алгоритма представљена је и модификована верзија која је коришћена за добијање дела резултата. Унапређење у односу на конвенцијални бинарно-кодирани генетски алгоритам се огледа у увођењу операције елитизма, употреби више метода селектовања учесника операција генетског алгоритма, употреби више метода укрштања, постављању забране мутације битова са већим тежинским фактором са током итерација, као и смањивањем броја мутираних елемената популације са током итерација. Поред ових унапређења која се могу применити за решавање било ког оптимизационог проблема уведена је и ауто корекција ограничења за оптимизационе проблеме који раде само са једном независном променљивом. У четвртом поглављу су описани принципи рада тржишта електричне енергије као и појединости које су карактеристичне за домаће и водећа европска тржишта. Методе израчунавања вредности ATC-а и резултати поменута два проблема применом предложеног алгоритма су приказани у петом поглављу. Структура и начин коришћења развијене програмске подршке су приказани у шестом поглављу. У седмом поглављу дат је закључак у ком се износе предности предложеног концепта. Коначно у осмом делу је дат преглед литературе која је коришћена приликом

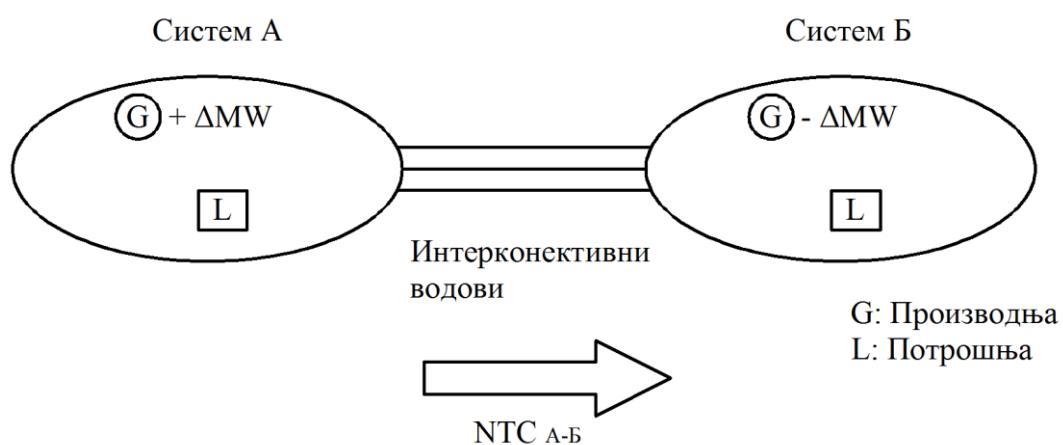
израде дисертације. У првом прилогу је представљена коришћена метода израчунавање инверзне матрице. Методе које се баве налажењем инверзне вредности ретке матрице датирају још из 70-тих година прошлог века када је налажење инверзне вредности велике матрице представљао прави изазов. Напретком рачунарске технике, како хардвера тако и софтвера, налажење инверзних вредности великих матрица више не представља проблем када се ради са бројним вредностима. Са друге стране, ако се параметри система посматрају као симболи налажење вредности инверзне матрице помоћу расположивих програмских пакета чак и за тест системе који су горе поменути представља нерешив проблем. У другом прилогу су дате тест функције помоћу којих су тестиране развијене методе оптимизације. У Прилогу 3 је приказан детаљан ток израчунавања вредности расположивог преносног капацитета билатералних трансакција помоћу три различите методе (једнокорачна DC метода, метода понављајућих токова снага и предложена метода која оптимизациони проблем решава алгоритмом црне рупе).

## 2. РАСПОЛОЖИВИ ПРЕНОСНИ КАПАЦИТЕТ

Удружење европских оператора преносног система (ETSO-E) је дало дефиниције појмова који су везани за преносни капацитет између повезаних електроенергетских система [3]. Између осталих дефиниција објашњени су и следећи појмови: нето преносни капацитет (*Net Transfer Capacity – NTC*), расположиви преносни капацитет, маргина поузданог преноса (*Transmission Reliability Margin – TRM*). За учеснике на тржишту вредности NTC-а и ATC-а су од посебне важности, пошто према њима могу да планирају своју прекограничну трговину. На основу ових дефиниција оператор преносног система је дужан да рачуна и објављује вредности ATC-а између области којом управља и суседних области. У пракси посао оператора тржишта најчешће обављају оператори преносних система.

Одређивање NTC-а ће прво бити објашњено на једноставном примеру приказаном на слици 2.1. Слика приказује два система, А и Б, која су међусобно повезана са неколико интерконективних водова. Израчунавање NTC-а се врши у три корака. Прво је неопходно израчунати вредности укупног преносног капацитета (TTC), који представља максималну снагу која се може пренети између две области, А и Б, која при томе не угрожава ни један од услова сигурности. Услови сигурности који се разматрају су:

- Термална ограничења: Постојање струје у проводницима и кабловима узрокује њихово загревање. У зависности од конструкције водова и кабло-



Слика 2.1. Пример два повезана преносна система.

ва дефинише се максимална дозвољена стуја. Присуство веће вредности струје од дозвољене угрожава поред самог елемента и околину у којој се налази. Једна од последица веће стурје је приближавање надземних водова земљи услед истезања материјала због већих температура.

- Напонска ограничења: Компоненте преносног система су конструисане тако да раде са тачно задатим опсегом напона који су дефинисани интернационалним стандардима. Напони се морају држати у овим оквирима да би се спречили пробоји, да би се обезбедио одређени квалитет снабдевања и да би се избегле брзе динамичке појаве које могу да проузрокују распаде система.
- Ограничивања стабилности: У великим повезаним електроенергетским системима постоје многе електричне, механичке и магнетне интеракције због динамичког понашања производних јединица, карактеристика потрошње и физичких особина компоненти преносног система. Као последица овога у систему се могу јавити значајне осцилације снаге, напона и фреквенције. Због опасности од делимичног или потпуног колапса система ове осцилације се морају избегавати, или ограничити на одређени опсег и могу проузроковати ограничење TTC-а. У [63] је у циљу обезбеђивања транзијентне стабилности усвојено ограничење максималне вредности фазних ставова напона чворова које је постављено на  $45^\circ$ .

Да би се одредио TTC потребно је симулирати размену снаге између области. Процес израчунавање TTC-а увек започиње са дефинисаном конфигурацијом мреже, познатом или прогнозираном производњом, прекограницом разменом и познатом потрошњом. Симулација се даље наставља истовременим повећавањем производње у области А и смањивањем производње у области Б за исти износ. Приликом ове симулације потрошња остаје непромењена у оба система. Повећање транзита снаге се зауставља када се угрози неки од поменутих критеријума сигурности, и та вредност се проглашава за TTC између области А и Б.

У другом кораку се израчунава или одређује маргина поузданог преноса. TRM покрива прогнозиране неизвесности повезних водова које су последица непотпуних информација од стране учесника на тржишту или неочекиваних стварних догађаја. Несавршеност информација потиче од чињенице да у тренутку израчу-

навања ових вредности стварно стање у систему још није познато, на шта треба још додати и непредвиђена стања која се реално могу дододити. Оба ова утицаја је могуће уважити неком пробабилистичком методом у време израчунавања преносног капацитета, али главни проблем овом приступу представља време потребно за такво израчунавање. Стога TRM може да се одреди на основу претходног искуства оператора преносног система, или на основу препоруке ETSO-E  $TRM = n^{0.5} \cdot 100$  где је  $n$  број интерконективних водова између области [71] или једноставним задавањем фиксне вредности као што је случај са Бугарском која је за TRM усвојила вредност од 100 MW према свим суседним земљама [72].

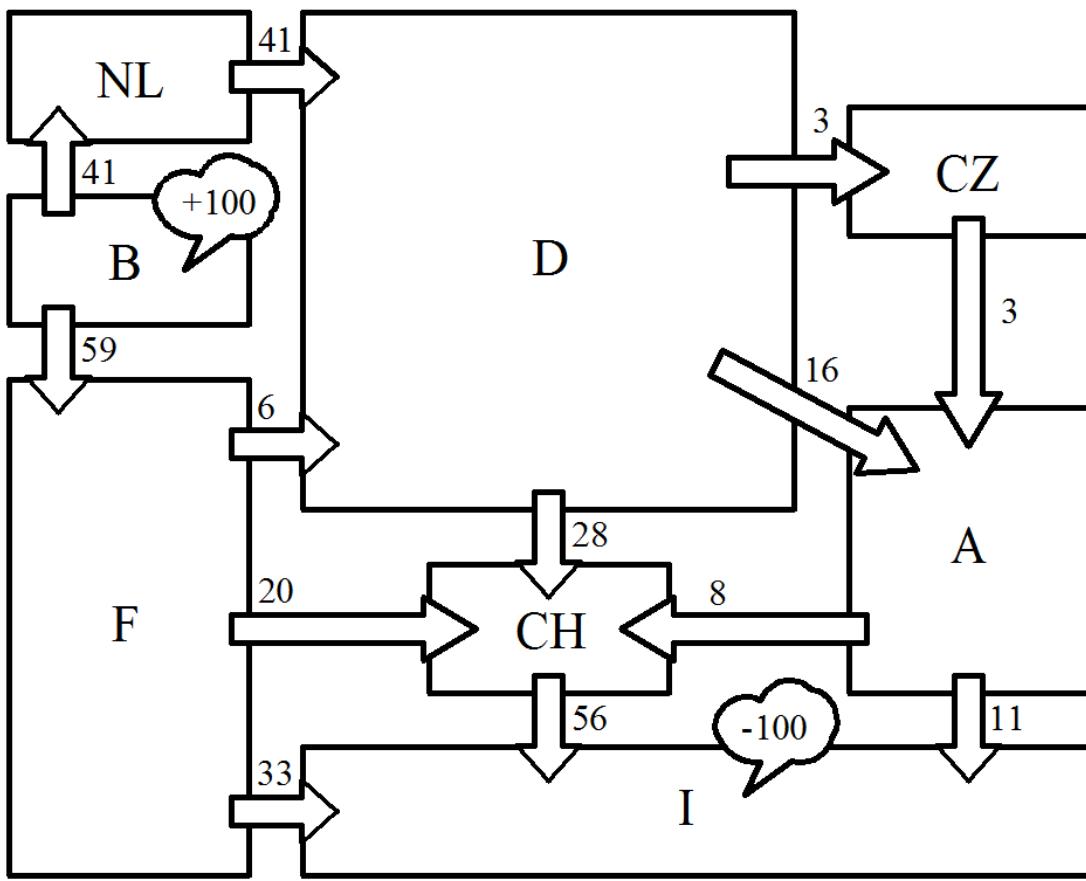
Сада је могуће израчунати NTC као разлику TTC и TRM. Да би се израчунао расположиви капацитет од NTC-а је потребно одузети планирану снагу размене између области (*Already Allocated Capacity – AAC*), што практично значи:

$$ATC = NTC - AAC . \quad (2.1)$$

Овакав приступ је употребљив и коректан за електроенергетске системе који нису део веће интерконекције као што је случај у Европи. Када се разматра више повезаних система поступак израчунавања ATC-а је знатно компликованији и методе за израчунавање максималне вредности трансакције између два чвора, билатералне трансакције, ће бити описане у петом поглављу. Међутим прво је потребно предочити са каквим се проблемом срећу оператори преносног система када је потребно израчунати ATC између две области.

За случај повезаних система, на пример интерконекција преносних система европских земаља (UCTE), прекограницна размена снаге између две земље неће резултирати само протоком снаге између те две земље. За разлику од економских закона где се трансакција обавља само између две стране, у електроенергетском систему првенствено владају закони физике. Једно од основних правила је да струја увек тече линијом мањег отпора, тако да ће приликом трансакције снаге између две земље део те снаге ићи директним путем а други део те снаге ће стићи обилазним путем. Велики делови интерконективних система су погођени овим ефектом који је познат под именом „паралелни“ токови.

На слици 2.2 је приказан пример тока снаге по интерконективним водовима за случај када генератори у Белгији повећају производњу за 100 MW, а генератори у Италији смање производњу за исти износ. Овај пример представља трансакцију



Слика 2.2. Размена снаге између Белгије и Италије.

снаге у износу од 100 MW из Белгије у Италију, што у пракси представља чест случај. На слици је практично приказана процентуална расподела снаге по интерконективним водовима околних европских земаља.

Из наведеног примера јасно произилази да свака трансакција између две земље које су део велике интерконекције проузрокује промену токова снага и у преносним системима других земаља. Ово практично значи да NTC веома зависи од стања у мрежи, и да је тачно објављивање ове величине практично немогуће. За добијање тачних вредности било би потребно испитати бесконачно много комбинација, што је немогућ задатак за било ког оператора преносног система.

Да би тржиште могло да функционише ипак је потребно објавити неку вредност NTC-а, а самим тим и ATC-а. Управо због тога оператори преносних система рачунају NTC за тачно дефинисани временски период, само између географски суседних области при томе не уважавајући утицаје других преносних система. Као што је био случај код једноставног модела (слика 2.1) и овде се производња

повећава у једној области а у другој смањује. Ако учесник тржишта жели да оствари трансакцију између области за коју је рачунат NTC, утицај те трансакције може бити у потпуности другачији од планираног. Разлог постојања ове разлике је чињеница да се размена између две области неће обављати помоћу генератора који су коришћени за израчунавање ATC-а [3].

Израчунавање оваквог NTC-а постаје још компликованије ако на тржишту постоје учесници који имају велики портфолио географски распострањених производних јединица. Један од начина решавања овог проблема је достављање возног реда ових електрана оператору преносног система дан унапред. Међутим, овим поступком овакав произвођач би могао да учествује само на локалном тржишту. Учесник би могао да понуди локалном тржишту своју производњу за одређену цену, али не би могао то да уради за суседно тржиште пошто би у истом тренутку требао да поднесе и понуде за прекограничну размену а да при томе не зна колико ће снаге бити прихваћено на локалном тржишту. Поред тога постоји одређена доза опасности за оваквог трговца да ће бити на губитку ако је пристао да прода обећану количину енергије по тржишној цени. Наиме, сасвим је могућ сценарио у коме ће тржишна цена бити таква да произвођач неће моћи да покреће трошкове производње обећане енергије а биће у обавези да је испоручи.

У петом поглављу биће описане различите методе за израчунавање вредности ATC-а. Комбиновањем описаних метода формирана је нова метода за тачније израчунавање вредности ATC-а свих типова трансакција. Предложени алгоритам је тестиран на стандардним системима који су доступни у стручној литератури. Резултати ових анализа су приказани у петом поглављу.

### 3. МЕТОДЕ ОПТИМИЗАЦИЈЕ

Оптимизација је област математике и њених примена која се бави претрагом скупа (решења) који за разматрани проблем даје најбоље решење. Све изводљиве вредности представљају доступна решења, док екстремне вредности представљају оптимална решења. Оптимизациони алгоритми се могу сврстати у две главне категорије: детерминистички алгоритми, и метахеуристички алгоритми. Детерминистички алгоритми користе градијенте за одређивање правца кретања у простору решења, и сваки пут ће дати иста решења ако крену из исте почетне тачке. Са друге стране, метахеуристичке методе не користе градијенте да би се кретале у простору решења али дају различита решења и ако крену из исте почетне тачке. Међутим, коначна решења су увек у непосредној околини глобалног оптимума, што са детерминистичким методама најчешће није случај.

Реч „heuristic“ (heuriskien - ευρισκειν) потиче из Грчког језика и значи „знати“, „наћи“, „открити“ или „водити истрагу“. Хеуристика је техника која тражи добра (скоро оптимална) решења са прихватљивим временом израчунавања, али која није у стању да гарантује било изводљивост било оптималност. Такође није у стању да дефинише колико се нађено решење налази близу глобалног оптималног решења [73]. „Metaheuristic“ је скуп алгоритама који могу да прилагоде хеуристичке методе за решавање широког сета проблема [74]. Другим речима, метахеуристика је алгоритамски оквир који може да се примени на различите оптимизационе проблеме са релативно малим модификацијама.

Метахеуристичке оптимизационе методе се све више користе за решавање сложених оптимизационих проблема. Велику популарност су стекле у последње две деценије. Ове методе су знатно боље од конвенционалних метода које се заснивају на употреби извода критеријумске функције и ограничења типа једнакости и неједнакости разматраног проблема. Основни циљеви развоја метахеуристичких метода је брже решавање проблема, могућност решавања сложених проблема, и прављење робуснијих алгоритама.

Неке од метахеуристичких метода као што је Генетски алгоритам (*Genetic Algorithm*, GA) [75], *Ant Colony Optimization* (ACO) [76] и *Particle Swarm Optimization* (PSO) [77] су добро познате не само у програмерској пракси, већ и у многим другим струкама. Поред великог броја теоријских радова, ове методе

оптимизације су нашле примену и у различитим струкама за решавање конкретних проблема као што је одређивање оптималне локације прекидача у циљу ефикаснијег обнављања дистрибутивног система [78], планирању развоја производње [79], одређивање угла палења инвертора ради смањивања нивоа хармоника [80], оптимално пројектовање антена за комуникацију [81], процене криве трошкова горива термоелектрана [82].

Може се поставити питање зашто су метахеуритичке методе постале толико популарне. Одговор на ово питање се може сажети у четири главна разлога због којих се ове методе све чешће бирају за решавање конкретних проблема:

- једноставност примене,
- флексибилност,
- одсуство извода,
- и избегавање локалних оптимума.

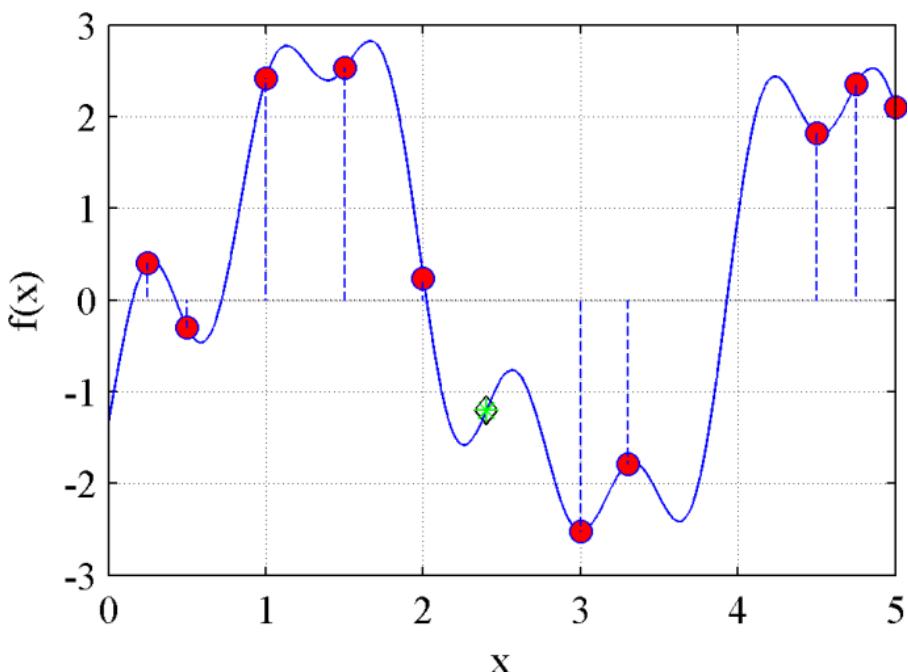
Прво, метахеуритичке методе су веома једноставне. Идеје на основу којих су настала поједине методе се заснивају на веома једноставним концептима. Оне најчешће произишу из физичких феномена, понашања животиња или се заснивају на еволуционим концептима. Једноставност примене ових алгоритама пружа програмеру могућност симулације различитих природних појава, комбинацију две или више метахеуритичких метода, прављења нове или унапређивања већ постојећих метода. Штавише, једноставност ових метода омогућава лако разумевање и њихову примену у различитим струкама.

Друго, флексибилност се односи на применљивост метахеуритичких метода на различите проблеме без икаквих промена у структури алгоритма. Ове методе је лако применити за решавање различитих проблема пошто оне сам проблем посматрају као црну кутију. Другим речима, да би се неки проблем решио применом ових метода неопходно је познавати само улазе и излазе система којим се представља разматрани проблем. То значи да се од корисника једино тражи одговарајуће представљање разматраног проблема ради успешне примене метахеуритичких алгоритама оптимизације.

Треће, већина метахеуритичких метода се не заснива на налажењу извода функција. За разлику од градијентних метода, ове методе налазе оптимално решење на стохастички начин. Процес оптимизације почиње избором случајних реше-

ња, и не постоји потреба за тражењем извода критеријумске функције и дефинисаних ограничења ради налажења оптималног решења. Ово чини метахеуристичке методе веома погодним за решавање проблема код којих је веома тешко или чак немогуће наћи извод.

На крају, метахеуристичке методе имају боље механизме за избегавање локалних оптимума у поређењу са класичним оптимизационим методама. Ово је последица стохастичке претраге простора решења која омогућава добру претрагу целог простора. Простор претраге реалних проблема је најчешће непознат и веома комплексан са великим бројем локалних оптимума. Пример једноставног простора претраге је дат на слици 3.1. Велика већина метахеуристичких метода ради са скупом могућих решења, али о овоме ће више речи бити касније. На слици 3.1 су црвеним круговима означена почетна погађања неке метахеуристичке методе, док је зеленим делтоидом приказана полазна тачка класичне методе. Ако би циљ оптимизације био налажење глобалног максимума, очигледно је да би класична метода због лошег почетног одабирања нашла само локални максимум. Док са друге стране, метахеуристичка метода може да нађе барем приближно оптимално решење коришћењем својих операција [83]. Имајући ово у виду у данашње време избор метахеуристичких метода за решавање стварних проблема представља исправну одлуку.



Слика 3.1. Скуп решења приликом примене стохастичке и класичне методе.

Овде је корисно поменути и теорему No Free Lunch [84], која је показала да не постоји метахеуристичка метода која је најбоља за решавање свих оптимизационих проблема. Другим речима нека метахеуристичка метода може да даје добре резултате за један скуп проблема, али исти алгоритам може да даје веома лоше резултате за други скуп проблема. Очигледно је да ова теорема чини ово поље науке веома привлачним, што за последицу има непрестано унапређивање постојећих и стварање нових оптимизационих метода сваке године.

Генерално гледано, метахеуристичке методе могу да се поделе у две групе: методе које раде са једним решењем и методе које раде са скупом решења (популацијом). У првој групи процес претраге почиње са једним произвољно одабраним решењем. Током итерација долази до унапређивања овог решења. Друга група метода ради са скупом решења. У овом случају процес претраге почиње произвољним избором популације, и постепеним унапређивањем целе популације. Агент је универзалан назив за елементе популације метахеуристичких метода. Методе оптимизације које раде са популацијом имају одређене предности у односу на методе које раде само са једним решењем. Поменуте предности су:

- Решења у оквиру популације деле информације између себе о простору претраге, што проузрокује нагле скокове ка делу простора у коме се налазе боља решења.
- Решења у оквиру популације помажу једна другима у избегавању локалних оптимума.
- Методе које раде са популацијом имају боље механизме претраге у поређењу са методама које раде само са једним решењем.

Независно од избора методе оптимизације, све методе имају заједничке карактеристике у погледу процеса претраге простора решења. Претрага се може поделити у два дела: истраживање и експлоатацију. У фази истраживања се простор решења претражује што је шире могуће. Да би ова фаза могла да се спроведе алгоритми морају да имају стохастичке операторе за насумично и глобално претраживање простора решења. Са друге стране, у фази експлоатације претрага се одвија у околини најбољих решења која су добијена у фази истраживања. Налажење одговарајућег односа између трајања ове две фазе представља тежак задатак због стохастичке природе самих метахеуристичких метода.

Метахеуристичке методе, са становишта идеје од које су постале, се могу поделити на три групе:

- еволуционе,
- засноване на принципима физике, и
- засноване на понашању животиња (*Swarm Intelligence*).

Еволуациони алгоритми су обично инспирисани концептом еволуције који се дешава у природи. Најпознатија и најчешће коришћена метода оптимизације из ове групе је Генетски Алгоритам. Рад овог алгоритма се заснива на Дарвиновој теорији еволуције. Генерално гледано, оптимизација се врши развојем почетних насумично изабраних решења. Свака нова популација се добија комбиновањем и мутирањем појединих чланова претходне популације. Пошто најбоље јединке (решења) имају највећу вероватноћу избора у операцијама укрштања и мутације, врло је вероватно да ће нова популација бити боља од претходне. Овим се гарантује да ће се са током генерација од почетно насумично изабране популације наћи оптимално решење. Најпознатије методе из ове групе, од којих ће неке бити детаљније објашњене у даљем тексту, су: диференцијална еволуција (*Differential Evolution*) [85], *Evolutionary Programming* [86], *Evolutionary Strategy* [87].

Као идеја на којима се заснива други главни огранак метахеуристичких метода послужиле су физичке појаве и закони у природи. Неке од најпопуларнијих метода, које ће касније бити детаљније описане су *Big-Bang Big-Crunch* [88], *Gravitational Search Algorithm* [89], *Central Force Optimization* [74], *Black Hole* [90]. Механизам претраге код ове групе се заснива на међусобној комуникацији решења (агената) и њиховом кретању кроз простор решења по неком од закона физике. Кретање агената у простору претраге је дефинисано на пример помоћу гравитационе сile, електромагнетне сile, сile инерције и тако даље.

Трећу класу чине методе које користе понашање животиња у циљу налажења оптималног решења. Сами алгоритми су слични алгоритмима из друге групе, али се претрага врши на основу понашања животиња а не на основу закона физике. Неки од претставника ове групе су: *Grey Wolf Optimizer* [91], *Cuckoo Search* [92], *Firefly algorithm* [93], *Krill Herd* [94].

### **3.1. Генетски Алгоритам**

Већина биолога верује да је главни покретач природне еволуције Дарвинов принцип опстанка најспособнијих. У већини ситуација, у природи немилосрдно владају следећа два принципа:

- Ако се мешањем гена добије изнад просечна јединка, она ће дуже опстати од просечне јединке и имаће више прилике да произведе више потомака са сличним особинама у односу на просечне јединке.
- Ако се са друге стране направи јединка која је испод просека, она неће дugo опстати у природи и биће елиминисана из популације.

Реномирани биолог Ричард Докинс је објаснио многе еволуционе чињенице управо захваљујући Дарвиновом принципу опстанка најспособнијих. Он истиче да су висока дрвећа која се налазе на планинама у почетку еволуције била висока само једну стопу. Ако се генетском комбинацијом добије потомак који је за инч већи од осталог дрвећа, тај потомак ће добијати више сунца и кише и биће примамљивији инсектима када дође време опрашивања цветова у поређењу са стаблима у околини. Са додатним погодностима, овај срећни потомак ће дуже живети и произвешће више високих потомака него друга стабла. Убрзо ће стабла са овим генима окупирати већи део планине и наставиће да се боре са осталим стаблима за преостали простор. Ако би се произвео потомак који је за инч мањи од осталих стабала, његове шансе за подмиривање основних животних потреба ће бити смањене од стране његових суседа. Тако да оваква стабла неће моћи дugo да опстану. У генетском алгоритму, особине природне еволуције су уведене кроз његове операције.

Добра особина алгоритама који раде са популацијом је што могу да форсирају добра решења а лоша да одбацују. Међутим, може се поставити питање да ли постоји стварна веза између генетског алгоритма и природне еволуције. Односно да ли природа покушава да максимизује некакву врсту функције корисности? Ако се мало дубље погледа у ову тематику, тешко да се може замислити број таквих функција које природа покушава да максимизује. Неке од њих су продужење животног века врста, квалитет живота појединачних врста, физички раст јединки и многе друге. Међутим, ниједна од ових функција није стационарна већ јако зависи и од еволуције других врста. На пример, ако се горе поменута теорија примени на

зечеве, бржи зечеви ће побеђи грабљивцу. Гледано са становишта грабљиваца, лисице на пример, ако се оне не развијају (не повећавају своју брзину) моћи ће да ухвате само спорије зечеве којих ће бити све мање. Имајући ово у виду лако је разумети да се у природи одвија много оптимизационих процеса који су знатно компликованији од проблема које човек покушава да реши. Генетски алгоритам је само апстракција сложене природне генетике и процеса природне селекције. Иако је генетски алгоритам само једноставна апстракција, он је веома робустан и може се применити за решавање бројних оптимизационих проблема.

### 3.1.1. Кодирање

Код бинарног кодирања свака променљива се представља бинарним низом фиксне дужине. На пример, следећи низ представља проблем са  $n$  променљивих:

$$\underbrace{11011}_x \underbrace{01001110}_x \underbrace{010}_x \dots \underbrace{1001}_x$$

$i$ -та променљива је кодирана бинарним низом дужине  $l_i$ , што значи да је укупан број вредности које ова променљива може узети  $2^{l_i}$ . Доња граница  $x_{\min}$  је представљена бинарним низом (00...0), док је горња граница  $x_{\max}$  представљена следећим бинарним низом (11...1). Све друге комбинације низа  $s_i$  се декодирају на следећи начин:

$$x_i = x_i^{\min} + \frac{x_i^{\max} - x_i^{\min}}{2^{l_i} - 1} DV(s_i), \quad (3.1)$$

где је  $DV(s_i)$  декодирана вредност низа. Декодирана вредност подниза  $S \equiv (S_{l-1} S_{l-2} \dots S_2 S_1 S_0)$  је:

$$DV(S) = \sum_{j=0}^l 2^j S_j. \quad (3.2)$$

Укупна дужина једног низа (који се другачије назива хромозом) је одређена дужинама свих поднизова, тј. једнака је њиховој суми. Дужина подниза је дефинисана жељеном прецизношћу променљиве. Дужина сваког подниза се рачуна на следећи начин:

$$l_i = \log_2 \left( \frac{x_i^{\max} - x_i^{\min}}{\varepsilon_i} \right). \quad (3.3)$$

где је  $\varepsilon_i$  жељена децимална прецизност променљиве  $i$ .

### 3.1.2. Почетна популација

Да би се почело са радом потребно је генерисати почетну популацију. Почекна

популација се састоји од  $N$  низова, где сваки низ представља потенцијално решење разматраног проблема. Укупан број елемената популације,  $N$ , се не мења са током итерација. Свакој позицији низа  $l_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) могуће је доделити 0 или 1 са подједнаком вероватноћом. После креирања низа могуће је издвајањем првих  $l_1$  битова из целог низа израчунати вредност променљиве  $x_1$  помоћу израза (3.1). На исти начин се могу израчунати свих  $n$  вредности независних (управљачких) променљивих разматраног оптимизационог пролема. Када су познате све управљачке променљиве могуће је израчунати вредност објективне функције  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ . Ако је неки од чланова популације нарушио било које релевантно ограничење оптимизационог проблема таква јединка се одбацује и генерише се нова. Овакав приступ влада и код животиња. Наиме, неке животињске врсте одбацују младунце који су рођени са неком маном. Користећи овај приступ целокупна почетна популација ће бити изводљива и избегава се рад са пенализационим факторима.

### 3.1.3. Фитнес функција

Када су после процеса декодирања, који је већ описан, познате вредности свих променљивих могуће је израчунати вредност оптимизационе функције  $f(x_1, \dots, x_n)$ . Сваком хромозому, било да је он настао као последица оператора генетског алгоритма или у почетној популацији, се мора одредити фитнес вредност која је повезана са вредношћу оптимизационе функције разматраног хромозома. Код оптимизационих проблема код којих се тражи максимум, фитнес вредност хромозома се изједначавају са вредностима оптимизационе функције истих. Док се код проблема минимизације користи следећи приступ:

$$Fitness = \frac{1}{1 + f(x_1, \dots, x_n)}. \quad (3.4)$$

У именоцу израза (3.4) уместо броја 1 може се користити било који други број, а његова улога је избегавање сингуларитета када  $f \rightarrow 0$ .

### 3.1.4. Критеријум заустављања

За разлику од метода које врше локалну претрагу и заустављају се када нађу оптималну вредност, генетски алгоритам поседује стохастичку претрагу што занчи да би могао да ради без престанка. Због овога је неопходно увести неки критеријум заустављања. Једна од могућности је да се броји колико је пута израчуната фитнес вредност или да се користи време израчунавања као ограничавајући фактор. Ова два приступа се нису показала као најбоља у пракси. Један од најчешће коришће-

них критеријума заустављања је број итерација, који ако се постави на довољно велику вредност даје добре резултате. Један од бољих критеријума заустављања је одступање фитнес вредности појединачног хромозома од средње фитнес вредности целе популације [95]. Овакав критеријум заустављања може довести до брже конвергенције, али може узроковати заустављање алгоритма у близини глобалног оптимума али не и у самом глобалном оптимуму [83].

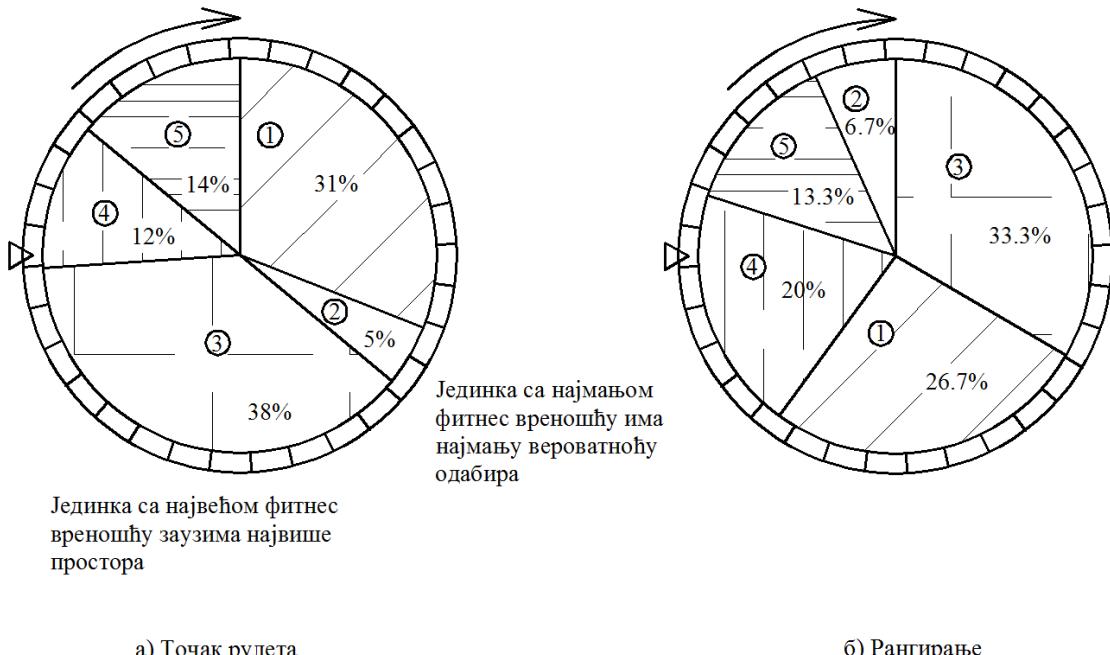
### 3.1.5. Селекција

Репродукција (селекција) је најчешће први оператор који се примењује на популацију. Операција селекције бира најбоља решења из популације и ставља их у посебан скуп за укрштање. У литератури су доступни различити типови операције селекције, али основна идеја свих је да се надпросечни низови дуплирају и смештају у скуп за укрштање. Најчешће коришћен оператор селекције је пропорционални оператор, код кога се низови у тренутној популацији бирају са вероватноћом која је пропорционална фитнес вредности низа. Ово значи да ће  $i$ -ти низ у популацији бити селектован са вероватноћом  $p_i$ . Пошто се величина популације код генетског алгоритма одржава на константној вредности, кумулативна вероватноћа свих низова је једнака јединици. Вероватноћа избора  $i$ -тог низа се рачуна на следећи начин:

$$p_i = \frac{f_i}{\sum_{j=1}^N f_j}. \quad (3.5)$$

Највише употребљавани начин пропорционалне селекције је селекција помоћу правила точка рулета. Главна идеја је да се цео обим точка издели на  $N$  делова при чему сваки сегмент одговара вероватноћи појављивања тог низа. На слици 3.2 а) је приказана подела точка на сегменте као и начин одабирања низа. Точак се окреће  $N$  пута, да би се попунио скуп за укрштање, и када се точак заустави језичак (лоптица) указује који је низ одабран. Овим правилом се форсирају добра решења, али ако је једно решење доминантније у односу на друга, на пример оно заузима 90 % површине точка то значи да остала решења имају веома мале шансе да буду изабрана [96].

Помоћу рангирања се избегава проблем који се јавља код правила точка рулета. Код ове врсте селекције прво је потребно поређати низове од најбољег ка најго-



Слика 3.2. Начини селекције.

рем са становишта фитнес вредности. Након тога, сваком низу се додељује ранг од 1 (најгори) до N (најбољи). Ово правило је веома слично правилу точка рулета једина разлика је у површинама које заузимају поједина решења. На слици 3.2 б) је приказан пример формирања и одабира помоћу правила рангирања.

Селекција помоћу турнира је такође једна од најчешће коришћених типова селекције, првенствено због своје једноставности. Код ове методе из популације се произвљено бира  $\tau$  низова од којих се најбољи прослеђује у скуп за укрштање. Овакав начин одабирања је потпуно стохастички и њиме се не фаворизују добра решења што за последицу има спорију конвергенцију.

### 3.1.6. Елитизам

У оригиналном генетском алгоритму ова операција се није користила. Њена сврха је да сачува одређени број, унапред дефинисаних, низова од оштећења која могу проузроковати други оператори генетског алгоритма. Наиме, унапред дефинисани број низова са најбољом фитнес вредношћу се директно копира у нову популацију на почетку сваке итерације пре било ког другог оператора генетског алгоритма. Елитизам значајно доприноси брзини конвергенције алгоритма [97].

### 3.1.7. Укрштање

У оригиналном генетском алгоритму оператор укрштања се примењивао одмах после операције селекције. Као и код селекције, и код ове операције постоји више различитих начина укрштања, али све методе бирају два родитеља из скупа за укрштање и мешањем појединих делова изабраних низова добијају се нови низови. Једноструко укрштање је најчешће коришћена врста укрштања. Код ове методе потребно је произвољно одабрати позицију укрштања након чега делови са десне стране тачке укрштања мењају места. Следећи пример показује употребу једноструктурог укрштања.

Родитељ 1:	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>
Родитељ 2:	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0
Потомак 1:	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	1	1	0	1	0
Потомак 2:	0	1	1	0	1	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>

Важно је приметити да постоји могућност да се укрштањем добрих родитеља добије бољи потомак ако се изабере добра позиција укрштања. Пошто најбоља позиција укрштања није позната, избор позиције се најчешће врши произвољно. Међутим треба имати у виду да произвољан избор локације не чини претрагу простора решења произвољном. Код једноструктурог укрштања два вектора дужине  $l$  могу направити само  $2(l-1)$  различитих низова у простору претраге, при чему у овом простору постоји укупно  $2^l$  различитих низова. Са произвољним одабиром места укрштања могу се направити добри или лошији потомци, у зависности да ли су узети добри поднизови. Међутим око овога се није потребно бринути, пошто ако се направи добар низ биће више његових копија у скупу за укрштање, и обрнуто ако је направљено лоше решење оно се неће изабрати и неће опстати у наредној популацији.

Код двоструког укрштања бирају се два места укрштања и низови који су одабрани за родитеље се мешају око тих позиција. Следећи пример показује примену двоструког укрштања.

Родитељ 1:	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>
Родитељ 2:	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0
Потомак 1:	0	1	1	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	1	0
Потомак 2:	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	0	1	1	1	0	<b>0</b>	<b>1</b>

Једноструко укрштање унутар подниза обезбеђује ширу претрагу простора у коме се налази решење, међутим ова метода лако уништава низове који у себи могу да садрже информације о оптималном решењу [79]. Код ове врсте укрштања унутар сваке променљиве, подниза дужине  $l_i$  за  $i = 1, \dots, n$ , се врши једноструко укрштање. Следећи пример приказује овакву врсту укрштања, код кога дебље линије представљају границе променљивих а тање насумично изабране позиције укрштања.

Родитељ 1:	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>
Родитељ 2:	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0
Потомак 1:	<b>1</b>	1	1	<b>1</b>	<b>0</b>	1	<b>1</b>	<b>1</b>	1	0
Потомак 2:	0	<b>0</b>	1	0	1	<b>0</b>	1	0	<b>0</b>	1

Још једна од бројних метода укрштања је редуковано сурогат унiformно укрштање [98]. Код ове методе укрштања укрштају се само различити битови који се налазе на истој локацији код оба родитеља са подједнаком вероватноћом. Идентичан резултат се постиже ако се генерише помоћни вектор чија је дужина једнака дужини хромозома. Елементи овог вектора могу да узимају вредности из опсега  $[0, 1]$ . Ако је вредност на некој позицији помоћног вектора мања од 0.5 тада ће тај бит потомку доделити први родитељ, у супротном бит на тој позицији даје други родитељ. Ово се најбоље може видети на следећем примеру.

Родитељ 1:	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>
Родитељ 2:	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0
Помоћни вектор:	0.5	0.1	0.3	1.0	0.2	0.9	0.6	0.8	0.7	0.2
Потомак:	0	1	0	0	<b>1</b>	0	1	1	1	<b>1</b>

Треба напоменути да операција укрштања има двоструку улогу. Главна улога овог оператора је претрага простора решења, док је друга не мање важна улога очувања добрих поднизова. Код једноструктурог укрштања претрага није интензивна али постоји велика вероватноћа очувања добрих поднизова код потомака. Са друге стране унiformно укрштање омогућава знатно ширу претрагу, али не постоји могућност очувања добрих поднизова.

Код употребе реалних бројева операцију укрштања је могуће радити на следећи начин.

- Изабрати произволjan број  $u \in [0, 1)$ .
- Израчунати  $\beta_q$  коришћењем следећег израза

$$\beta_q = \begin{cases} (2u)^{\frac{1}{\eta_c+1}} & u \leq 0.5, \\ \left(\frac{1}{2(1-u)}\right)^{\frac{1}{\eta_c+1}} & u > 0.5, \end{cases} \quad (3.6)$$

где је  $\eta_c$  индекс расподеле којим се контролише распостирање потомака по простору решења. Овај индекс узима вредност из опсега [1, 10].

- Потомци се формирају од произвољно изабраних родитеља  $p_1$  и  $p_2$  помоћу следећих израза

$$\begin{aligned} c_1 &= 0.5((1 + \beta_q)p_1 + (1 - \beta_q)p_2), \\ c_2 &= 0.5((1 - \beta_q)p_1 + (1 + \beta_q)p_2) \end{aligned} \quad (3.7)$$

### 3.1.8. Мутација

Оператор мутације се примењује да би се побољшала претрага простора решења. Овај оператор код бинарне примене мења произвољно изабрану вредност бита из 1 у 0, и обрнуто. У стандардном генетском алгоритму операција мутације се примењује на све потомке настале операцијом укрштања са веома малом вероватноћом,  $p_m$ . Ово практично значи да се за сваки бит у популацији произвољно генерише број из опсега [0, 1] и ако је тај број мањи од  $p_m$  онда ће се вредност тог бита променити. Улога овог оператора је избегавање конвергенције свих решења популације ка једном оптимуму. У почетним итерацијама мутација спречава алгоритам да се заглави у локалном оптимуму, док се у каснијим итерацијама применом ограничених мутације, о којој ће бити речи касније, алгоритму помаже да нађе глобални оптимум.

Код рада са реалним бројевима операција мутације се може извести на следећи начин

- Изабрати произвољан број  $r \in [0, 1]$ .
- Израчуна се  $\delta$  помоћу следећег израза

$$\delta = \begin{cases} (2r)^{\frac{1}{\eta_m+1}} - 1 & r < 0.5, \\ 1 - (2(1-r))^{\frac{1}{\eta_m+1}} & r \geq 0.5. \end{cases} \quad (3.8)$$

где је  $\eta_m$  индекс расподеле којим се контролише распостирање мутираниог низа од оригиналног. Овај индекс узима вредност из опсега [10, 100].

- Мутирани члан се добија употребом следећег израза:

$$c' = c + (x_{\max} - x_{\min})\delta, \quad (3.9)$$

где су  $x_{\max}$  и  $x_{\min}$  горње и доње ограничење контролне променљиве.

### 3.1.9. Класичан Генетски Алгоритам

Класичан генетски алгоритам у свом изврном облику се може описати следећим корацима:

1. Генерисање произвољне почетне популације.
2. Одређивање фитнес вредности свих елемената популације.
3. Креирање скупа за укрштање неком од описаных метода.
4. Изабор учесника операције укрштања из скупа за укрштање.
5. Генерисати произвољан број у опсегу  $[0, 1]$ . Ако је тај број мањи од  $p_c$ , вероватноће укрштања, извршити операцију укрштања и потомке сместити у нову популацију. У супротном, селектоване учеснике операције укрштања проследити у нову популацију.
6. Извршити операцију мутације са вероватноћом  $p_m$  над елементима нове популације.
7. Ако је задовољен критеријум заустављања наћи најбоље решење у новој популацији, у супротном нова популација постаје тренутна популација и алгоритам се враћа на корак 2.

Овај алгоритам је коришћен за налажење оптималне расподеле токова снага у [99].

### 3.2. Stud Алгоритам

Основна идеја ове методе је да се у свакој итерацији операција укрштања изводи са најбољим хромозомом као првим родитељем, док се други родитељ бира неком од метода селекције. Примена ове идеје се може најбоље сагледати кроз опис алгоритма.

1. Креирање произвољне почетне популације.
2. Избор хромозома који има најбољу фитнес вредност.
3. Извршење операције укрштања између најбоље јединке (Stud) и осталих хромозома.

4. Поновити поступак докле год се не достигне критеријум заустављања.

Операција укрштања је кључна операција овог алгоритма. Једна од могућих примена је дефинисана на следећи начин [98]:

- Произвољно изабрати другог учесника за операцију укрштања.
- Ако је разлика фитнес вредности ова два хромозома већа од унапред дефинисане вредноси извршити операцију укрштања, у супротном мутирати изабрани хромозом.
- Поновити поступак за све остале елементе популације.

Овде може да се употреби стандардна операција мутације по биту са малом вероватноћом промене (0,001-0,003). Друга могућност је промена једног произвољног бита. За операцију укрштања се може искористити било која од описаних метода за бинарно кодирани генетски алгоритам. Овај концепт може да се употреби у свакој методи која ради са операцијом укрштања.

### 3.3. Модификовани Генетски Алгоритам

За потребе израде ове дисертације развијен је модификовани генетски алгоритам који се може описати следећим корацима [97].

1. Креирање изводљиве почетне популације.
2. Одређивање фитнес вредности свих елемената популације.
3. Пребацивање унапред одређеног броја јединки које имају најбоље фитнес вредности у нову популацију, операција елитизма.
4. Одабир учесника у операцији укрштања комбиновањем описаних операција селекције.
5. Извршавање неке од описаних операција укрштања.
6. Ако формирани потомци нарушавају нека ограничења они се одбацују и генеришу се нови, враћа се на корак 4. У супротном, потомци се убацују у нову популацију.
7. Ако је нова популација попуњена до унапред одређеног броја елемената ићи на корак 8, у супротном се вратити на корак 4.
8. Одабир низа из тренутне популације за операцију мутације комбиновањем описаних операција селекције.
9. Произвољни одабир бита који ће се мутирати.

10. Проверити изводљивост мутираног низа. Ако је нарушено неко од ограничења такав низ се одбацује и враћа се на корак 8. У супротном низ се уписује у нову популацију.
11. Одређивање броја низова који ће бити мутирани у следећој итерацији.
12. Ако је задовољен критеријум заустављања наћи најбоље решење у новој популацији, у супротном нова популација постаје тренутна популација и алгоритам се враћа на корак 2.

Као што је већ речено, када се ради са низовима (решењима) који не нарушавају разматрана ограничења избегава се потреба за пенализационим факторима. Иако је почетна популација у предложеном алгоритму изводљива, може се догодити да операција укрштања или мутације произведе неприхватљиво решење. У том случају је потребно такво решење одбацити и поновити поступак. Овим се незнатно повећава време налажења решења разматраног проблема, али се побољшава квалитет популације у свакој итерацији. Последица доброг квалитета популације је повећана вероватноћа настанка добра потомака операцијама укрштања и мутације.

Комбиновањем типова селекције за избор учесника операција укрштања и мутације избегавају се лоше особине појединачних метода. Да би се фаворизовала добра решења за избор једног родитеља је коришћена метода точка рулета, а за избор другог родитеља је коришћено правило рангирања. Предложени алгоритам не ради са скупом за укрштање. Разлог за ово лежи у чињеници да када се изврши операција укрштања код класичног генетског алгоритма родитељи се одбацују без обзира на квалитет потомака. Пошто предложени алгоритам ради само са изводљивим решењима понекад је потребно поновити операцију укрштања, и дати шансу другом пару родитеља да направе боље потомке. Да би се убацило мало произвољности у селекцију а и сам генетски материјал јединки коришћена је и турнир селекција ( $\tau = 2$ ). Због могућности избора веома лоших решења овом селекцијом се бира само 10% родитеља који учествују у операцији укрштања у једној генерацији. Друга два правила се равноправно примењују.

Комбиновањем метода укрштања постиже се боља претрага простора решења. Као што је речено, једноструко укрштање чува дobre гене али врши релативно слабу претрагу. Са друге стране, униформна селекција врши веома широку прет-

рагу или уништава добрe генe. Због тога је потребно наћи неки баланс између ових начина укрштања. Постоје две могућности решавања овог проблема. Задавање фиксних процената сваком оператору, односно одређивање колико потомака која метода може да произведе. Или, динамичком променом ових процената са током итерација. Код друге примене, унiformном укрштању је у почетку потребно оставити више простора за прављење потомака да би се простор решења боље претражио. Док је у каснијим итерацијама унiformно укрштање потребно свести на малу вредност или га у потпуности избацити. Са друге стране, једноствруко укрштање у почетним генерацијама треба да производи неки мањи проценат потомства, али никако да се у потпуности избаци. Са током итерација ова метода укрштања заједно са другим методама које чувају добрe генe треба да узме главну улогу у прављењу потомства.

За разлику од класичног генетског алгоритма где се може десити да се више битова мутира на једном низу а да се не попуни цела нова популација, у предложеном алгоритму је коришћен фиксан број низова над којима се врши мутација. У литератури [75] је могуће наћи и фаворизовање генетског алгоритма који ради са реалним бројевима у односу на оне алгоритме који раде са бинарним низовима, као и залагање за рад са фиксним бројем хромозома који ће се мутирати. Водећи се овим, развијена је таква мутација и за бинарни низ. Наиме, код реалних бројева у почетним итерацијама је могуће широко претраживање простора, односно бројеви се мењају за већи износ. Код бинарног низа исти резултат се постиже мутацијом битова са већим тежинским фактором. Са током итерација, код приступа са реалним бројевима, максимална удаљеност од посматраног броја се смањује. Ово је еквивалентно мутирању само битова са мањим тежинским фактором. У предложеном алгоритму мутација у почетним итерацијама се врши над целим низом, и то само мутација једног произвољног бита. Док се на каснијим итерацијама место мутације бира из мањег скупа битова, тј. могу се мутирати битови са мањим тежинским факторима [97].

Код алгоритама који раде са реалним бројевима број мутираних чланова се смањује током времена [95], а празнина у популацији се попуњава помоћу операције укрштања. Ова идеја је примењена и у наведеном алгоритму. Разлог за ово лежи у чињеници да мутација у каснијим итерацијама нема превелики утицај [75]. Бржа

конвергенција модификованог генетског алгоритма у односу на конвенционални је показана на проблему налажења оптималних токова снага у [83].

### 3.4. Evolutionary Programming

Тражење глобалног минимума је један од најчешћих оптимизационих проблема. Он се може формулисати као пар  $(S, f)$ , где је  $S \subseteq R^n$ , ограничен на простору  $R^n$ , док је  $f: S \rightarrow R$   $n$ -димензионе функција. Задатак је наћи тачку  $x_{\min}$  која припада простору  $S$  тако да је  $f(x_{\min})$  глобални минимум на простору  $S$ . Другим речима, потребно је да буде испуњено следеће

$$\forall x \in S : f(x_{\min}) \leq f(x)$$

при чему није неопходно да функција  $f$  буде непрекидна. Алгоритам еволуционог програмирања са само-адаптивном мутацијом је дефинисан следећим корацима.

1. Генерисати почетну популацију од  $\mu$  чланова, и поставити  $k = 1$ . Сваки члан се посматра као уређени пар вектора  $\mathbf{x}_i$  и вектора стандардне девијације  $\boldsymbol{\eta}_i$  која се користи за Гаусову мутацију,  $(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\eta}_i)$ ,  $\forall i \in \{1, \dots, \mu\}$ .
2. Израчунати фитнес вредност сваког члана популације на основу објективне функције  $f(\mathbf{x}_i)$ .
3. Сваки родитељ  $(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\eta}_i)$ ,  $i = 1, \dots, \mu$ , прави једног потомка  $(\mathbf{x}'_i, \boldsymbol{\eta}'_i)$ , тако што је за свако  $j = 1, \dots, n$  потребно урадити следеће:

$$x'_i(j) = x_i(j) + \eta_i(j)N_j(0,1), \quad (3.10)$$

$$\eta'_i(j) = \eta_i(j)\exp(\tau' N(0,1) + \tau \cdot N_j(0,1)), \quad (3.11)$$

где  $x_i(j)$ ,  $x'_i(j)$ ,  $\eta_i(j)$ ,  $\eta'_i(j)$  представљају  $j$ -те компоненте вектора  $\mathbf{x}_i$ ,  $\mathbf{x}'_i$ ,  $\boldsymbol{\eta}_i$ ,  $\boldsymbol{\eta}'_i$ .

$N(0,1)$  означава произвољан једнодимензиони број са нормалном Гаусовом расподелом, чија је средња вредност једнака нули а стандардна девијација јединици.  $N_j(0,1)$  означава да се произвољан број генерише за сваку вредност  $j$ . Фактори  $\tau$  и  $\tau'$  се израчунавају помоћу следећих израза:

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{2\sqrt{n}}}, \quad (3.12)$$

$$\tau' = \frac{1}{\sqrt{2n}}, \quad (3.13)$$

где  $n$  представља број зависних променљивих разматраног проблема.

4. Израчунати фитнес вредност сваког потомка  $(\mathbf{x}'_i, \boldsymbol{\eta}'_i)$ ,  $\forall i \in \{1, \dots, \mu\}$ .

5. Извршити поређење парова из уније скупова родитеља  $(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\eta}_i)$  и потомака  $(\mathbf{x}'_i, \boldsymbol{\eta}'_i)$ ,  $\forall i \in \{1, \dots, \mu\}$ . За сваког члана се бира  $q$  противника произвољно изабраних из скупа родитеља и потомака. За свако такмичење, ако је посматрани члан бољи од изабраног, бележи се победа.
6. Изабрати  $\mu$  чланова из скупа  $(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\eta}_i)$  и  $(\mathbf{x}'_i, \boldsymbol{\eta}'_i)$ ,  $\forall i \in \{1, \dots, \mu\}$ , који имају највећи број победа ради формирања нове генерације.
7. Зауставити алгоритам ако је задовољен критеријум заустављања, у супротном  $k = k+1$  и вратити се на корак 3.

Овај алгоритам је тестиран помоћу четири тест функције које су приказане у другом прилогу. Као што је и било очекивано за прву функцију алгоритам је налазио оптимално решење, међутим за другу тест функцију уопште није успевао да пронађе глобални оптимум. Код треће тест функције алгоритам погађа да се ради о „котлинини“ или не може да погоди глобални оптимум. Глобални оптимум најкомпликованијег проблема који је коришћен за испитивање, четврта функција, може да пронађе са изузетно малом вероватноћом при чему се често дешавало да када промаши други најбољи локални оптимум заглави у неком споредном локалном оптимуму.

### 3.4.1. Fast Evolutionary Programming (FEP)

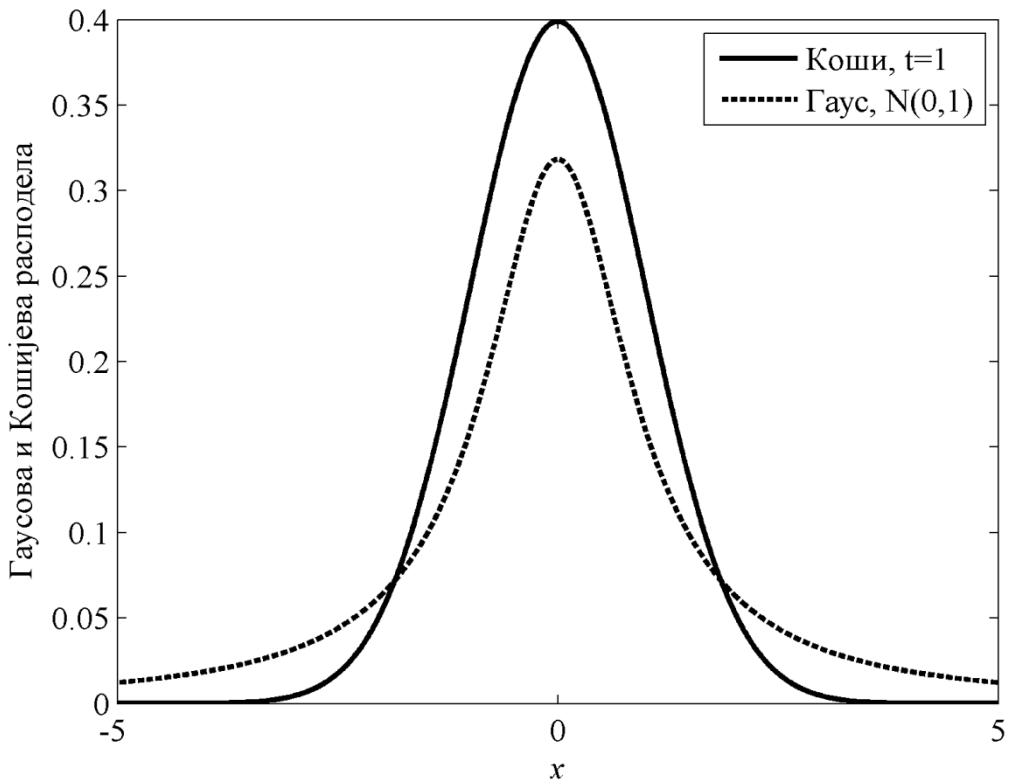
Кошијева функција густине која је центрирана око координатног почетка је дефинисана као:

$$f_t(x) = \frac{1}{\pi} \frac{t}{t^2 + x^2}, \quad -\infty < x < \infty, \quad (3.14)$$

где је  $t > 0$  коефицијент скалирања. Одгорајућа функција расподеле је дефинисана као:

$$F_t(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan\left(\frac{x}{t}\right). \quad (3.15)$$

Облик  $f_t(x)$  подсећа на Гаусову густину расподеле али је приближавање оси споро и никада се неће достићи. Као резултат овога, варијанса Кошијеве расподеле је бесконачна. Слика 3.3 показује разлику између Кошијеве и Гаусове функције расподеле нацртане са истим коефицијентима скалирања. Метода је идентична претходно дефинисаној само се у другом кораку користи:



Слика 3.3. Поређење Кошијеве и Гаусове расподеле.

$$\dot{x}_i(j) = x_i(j) + \eta_i(j)\delta_j, \quad (3.16)$$

где је  $\delta_j$  Кошијева произвољна променљива са коефицијентом скалирања  $t = 1$  генерисана за свако  $j$ . Са слике 3.3 се види да ће се употребом Кошијеве расподеле генерисати потомак који је удаљенији од родитеља него што је то био случај код Гаусове расподеле. Овим се повећава могућност бегства из локалног оптимума или са заравни. Са друге стране, мањи врх у околини центра говори да Кошијева мутација проводи мање времена у експлоатацији и да је фина претрага слабија у односу на Гаусову мутацију.

### 3.5. Differential Evolution

Диференцијална еволуција (DE) је метода директне паралелне претраге која ради са популацијом од  $N D$  димензионих вектора ( $x_{i,G} i = 1, \dots, N$ ) у свакој генерацији  $G$ . Број чланова популације се не мења током итерације. Почетна популација се бира произвољно са нормалном Гаусовом расподелом да би се равномерно претражио цео простор решења. У случају да је познато почетно решење, почетна популација се може генерисати око познатог решења ( $x_{\text{nom},0}$ ) са нормалном распо-

делом. DE генерише нове векторе тако што скалирану разлику два вектора додаје трећем вектору. Овај процес се може назвати мутацијом. Тако добијени вектори се мешају са другим векторима, циљним векторима, у циљу добијања пробних вектора. Мешање вектора одговара операцији укрштања. Ако пробни вектор има бољу фитнес вредност у односу на циљни вектор, пробни вектор ће у наредној генерацији заузети место циљног вектора, у супротном се одбацује. Ова операција се зове селекција. Сваки вектор у популацији ће тачно једанпут током сваке итерације бити циљни вектор, тако да има укупно  $N$  упоређивања.

Метод диференцијалне еволуције је унео извесне напретке код прављења хибридних алгоритама, пошто је омогућио операцију укрштања са реалним бројевима. Многи алгоритми после своје основне варијанте бивају надограђени управо са овом операцијом. Међутим овај концепт има ограничење да може да ради само са реалним бројевима и то само са непрекидним функцијама [98]. Тестирањем овог алгоритма помоћу функција из другог прилога установљено је да овај алгоритам увек налази глобални оптимум свих функција.

### 3.5.1. Мутација

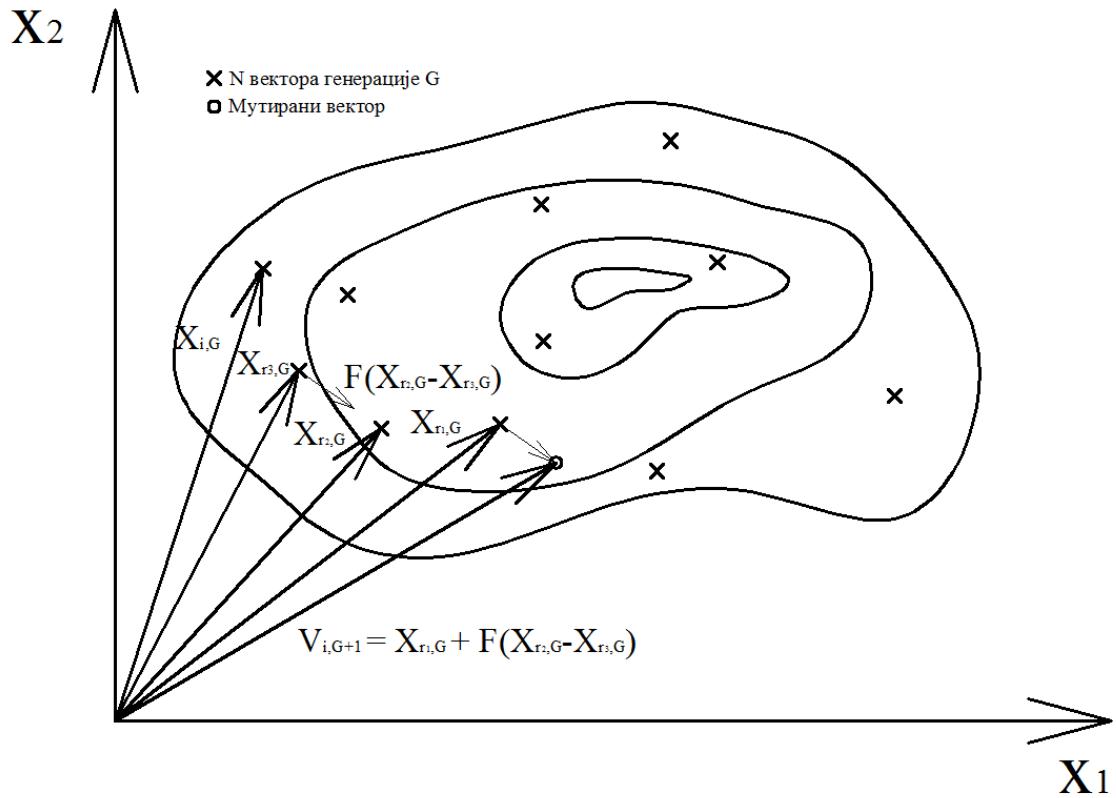
За сваки циљни вектор  $x_{i,G}$ ,  $i = 1, \dots, N$ , мутација се ради на следећи начин:

$$v_{i,G+1} = x_{r_1,G} + F \cdot (x_{r_2,G} - x_{r_3,G}), \quad (3.17)$$

где су  $r_1$ ,  $r_2$  и  $r_3$  међусобно различити цели бројеви који припадају скупу  $\{1, 2, \dots, N\}$  и морају бити различити од  $i$ ,  $F$  је реална константа која може да узима вредности из опсега  $[0, 2]$  а помоћу које се контролише појачање разлике вектора  $(x_{r_2,G} - x_{r_3,G})$ . Вредност ове константе од 0.5 се показала као добар почетни параметар. Ако процес превремено конвергира онда је потребно ову константу повећати [85]. Вредности константе  $F$  испод 0.4 и изнад 1 дају добре резултате само у посебним случајевима. На слици 3.4 је приказана операција мутације за дводимензионални проблем.

### 3.5.2. Укрштање

Операција укрштања се користи да би се побољшала претрага. Ова операција узима поједине делове из различитих вектора и тако прави нове векторе. Нека је пробни вектор дефинисан као  $u_{i,G+1} = (u_{1i,G+1}, u_{2i,G+1}, \dots, u_{Di,G+1})$ , а формира се на следећи начин:



Слика 3.4. Операција мутације за дводимензионални проблем.

$$u_{ji,G+1} = \begin{cases} v_{ji,G+1} & \text{ако је } (\text{randb}(j) \leq CR) \text{ или } j = rnbr(i) \\ x_{ji,G} & \text{ако је } (\text{randb}(j) > CR) \text{ или } j \neq rnbr(i) \end{cases} \quad j = 1, 2, \dots, D. \quad (3.18)$$

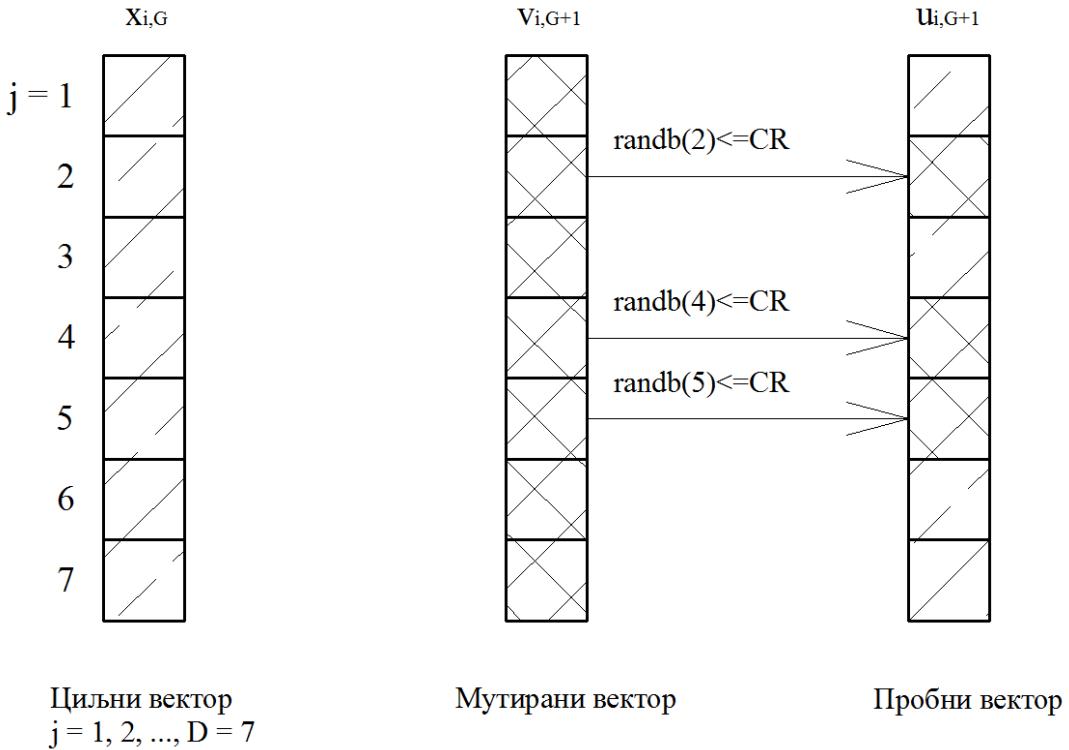
У изразу (3.18)  $\text{randb}(j)$  је произвољни број из опсега  $[0, 1]$   $CR$  је константа укрштања која може да узме било коју вредност из опсега  $[0, 1]$  и која се дефинише на почетку алгоритма.  $rnbr(i)$  је произвољно одабрани индекс,  $i = 1, 2, \dots, N$ , који осигуруја да  $u_{i,G+1}$  добије барем један сегмент из  $v_{i,G+1}$ . Слика 3.5 приказује пример укрштања за 7-димензиони вектор.

### 3.5.3. Селекција

Да би се одлучило да ли пробни вектор  $u_{i,G+1}$  треба да постане члан  $G+1$  популације, он се пореди са циљним вектором,  $x_{i,G}$ , коришћењем правила турнира. То значи да ако вектор  $u_{i,G+1}$  има бољу фитнес вредност у односу на вектор  $x_{i,G}$  тада  $x_{i,G+1}$  постаје  $u_{i,G+1}$ , у супротном задржава се стара вредност  $x_{i,G}$ .

### 3.6. Big Bang - Big Chrunch метода

Произвољност (насумичност) се може посматрати као расипање енергије у природи, док се конвергенција ка локалном или глобалном оптимуму може посматрати



Слика 3.5. Операција укрштања.

као гравитациону привлачност. Пошто расипање енергије ствара неред од уређених честица, одавде следи да се ради формирања нових кандидата може користити насумичност за трансформацију из конвергиралог (сконцентрисаног) решења у неред.

Предложени алгоритам започиње стварањем произвољне популације што се назива фаза великог праска (*Big Bang*). У овој фази потенцијална решења се распростиру широм целог простора решења. После ове фазе иде фаза *Big Crunch* у којој се сва решења сажимају у једно. Ово сажимање се ради по правилу центра масе. Термин маса се односи на инверзну вредност фитнес функције. Тачка која представља центар масе се рачуна на следећи начин:

$$\mathbf{x}^c = \frac{\sum_{i=1}^N \mathbf{x}_i / f_i}{\sum_{i=1}^N 1/f_i}, \quad (3.19)$$

где  $x_i$  представља вектор координата  $i$ -тог потенцијалног решења у  $n$  димензионом простору претраге,  $f_i$  је вредност фитнес функције  $i$ -тог решења,  $N$  је величина популације. Оператор конвергенције у фази *Big Crunch* се разликује од оператора укрштања код генетског алгоритма зато што овде учествују сва решења у формирању једног потомка и постоји могућност добијања доброг решења. После ове

фазе алгоритам мора да формира нова потенцијална решења да би величина популације остала непромењена, ово је поново фаза великог праска. Један од лакших, али не и бољих начина је враћање на први корак и поновно генерисање произвољних решења. Овакав алгоритам се ни по чему не разликује од случајне претраге, и време његове конвергенције је јако дугачко.

Да би се алгоритам заснован на овом принципу могао користити за решавање оптимизационих проблема насумични одабир решења у фази великог праска мора да се врши у околини центра масе. Ради избегавања локалних оптимума, одређеном броју решења треба оставити могућност кретања изван непосредне околине центра масе. Током итерација однос потенцијалних решења изван и унутар непосредне околине центра масе се мора смањивати. Распростирање решења око центра масе може се радити са нормалном Гаусовом расподелом, при чему се стандардна девијација смањује са током итерација. Након друге експлозије, поново се рачуна центар масе. Ови кораци се сукцесивно настављају све до тренутка када се задовољи зауставни критеријум.

У овом алгоритму потребно је израчунавати само две величине, центар масе и стандардну девијацију. Постоји могућност задавања константне стандардне девијације, али се алгоритам боље понаша када се она смањује са током итерација [88]. У каснијим итерацијама алгоритма већина решења ће бити сконцентрисана око центра масе, док ће се мали део (један или два решења) налазити на произвољној локацији у простору решења. Стандардна девијација би достигла вредност 0 ако би се итерације наставиле до бесконачности, тако да се може сматрати да ће у практичној примени алгоритма увек постојати најмање једно решење које ће се налазити даље од центра масе чија је вероватноћа веома мала али није једнака нули. Ово једно решење може привући сва остала решења ка себи ако има већу фитнес вредност од осталих чланова популације.

На основу овога се може формулисати алгоритам.

1. Генерисати произвољан скуп од  $N$  решења која поштују сва задана ограничења.
2. Израчунати фитнес вредност свих решења.
3. Понаћи центар масе помоћу израза (3.19).
4. Генерисање нових кандидата у околини центра масе. Овај корак може да се

изведе помоћу следећег израза [100]

$$x^{novo} = x^c + \alpha \cdot N(0, 1)_i \frac{x_i^{\max} - x_i^{\min}}{k}, \quad (3.20)$$

где је  $x^c$  центар масе,  $x_i^{\max}$  и  $x_i^{\min}$  су горња и доња граница  $i$ -те променљиве,  $N(0, 1)_i$  је произвољан број који подлеже нормалној Гаусовој расподели,  $k$  је редни број итерације, док је  $\alpha$  коефицијент скалирања.

5. Повратак на корак 2 докле год се не задовољи критеријум конвергенције.

Тестирањем овог алгоритма установљено је да се добијају неприхватљиви резултати скоро за све коришћене тест функције. Алгоритам је показао добро понашање јенино приликом рада са другом тест функцијом.

### 3.7. Black Hole

У XVIII веку Џон Мајкл и Џер Лаплас су били први који су идентификовали концепт црне рупе (*Black Hole* - BH). Применом Њутновог закона формирали су теорију о невидљивости (нестанку) звезда, међутим та се појава тада није везивала са црном рупом. Појам црне рупе је први увео американац Џон Вилер 1967 као име за феномен пропадања (нестајања) масе.

Црна рупа у свемиру је место ка коме теже звезде и где се оне урушавају. Гравитациони сила црне рупе је толико јака да чак ни светлост не може да побегне од ње. Основни узрок велике јачине гравитационе силе је последица сабирања материје на веома малом простору [90]. Све што прође границу црне рупе биће усисано и ништа јој не може побећи. Граница црне рупе се другачије назива и хоризонт догађаја.

#### 3.7.1. Алгоритам

Овај алгоритам као и већина метахеуристичких алгоритама ради са популацијом решења. Као и код осталих метода и код ове методе се почетна популација генерише произвољном расподелом решења по простору претраге. И овај алгоритам одређеним механизмима обрађује чланове популације и доводи их до оптималног решења.

У овом алгоритму унапређивање елемената популације се ради померањем свих решења (звезда) ка најбољем решењу (црној рупи), и заменом свих звезда које су прешли границу хоризонта догађаја новим звездама лоцираним на произвољној

локацији у простору претраге. Кретање звезда ка црној рупи може се описати следећим изразом:

$$x_i(t+1) = x_i(t) + \text{rand} \cdot (x_{BH} - x_i(t)), \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (3.21)$$

где су  $x_i(t)$  и  $x_i(t+1)$  локације  $i$ -те звезде на итерацији  $t$  односно  $t+1$ .  $x_{BH}$  је позиција црне рупе у простору претраге,  $\text{rand}$  је произвољан број на интервалу  $[0, 1]$ ,  $N$  је број звезда (потенцијалних решења).

Док се померају ка црној рупи, звезде могу да се нађу на локацији која има већу фитнес вредност у односу на црну рупу. У том случају црна рупа мења позицију са звездом. Даљи ток алгоритма се наставља са црном рупом на новој локацији, односно звезде почињу да се крећу у другом смеру.

Као што је већ речено, ако звезда уђе унутар хоризонта догађаја такво решење се избацује из популације, и ради очувања константног броја чланова популације генерише се нова звезда на произвољној локацији са којом се започиње нова претрага. Нова итерација почиње тек када су се померила сва решења.

Радијус хоризонта догађаја за потребе ВН алгоритма се може израчунати на следећи начин:

$$R = \frac{f_{BH}}{\sum_{i=1}^N f_i}, \quad (3.22)$$

где је  $f_{BH}$  фитнес вредност црне рупе, а  $f_i$  фитнес вредност  $i$ -те звезде. Када је растојање између звезде и црне рупе, које се може израчунати помоћу Еуклидовог обрасца, мање од  $R$  звезда се одбацује. Предложени алгоритам се може формулисати помоћу следећих корака:

1. Креирање произвољне почетне популације.
2. Израчунавање фитнес вредности сваке звезде.
3. Одабир звезде са највећом фитнес вредношћу за црну рупу.
4. Промена локација звезда на основу израза (3.21).
5. Ако је звезда пронашла локацију са већом фитнес вредношћу у односу на црну рупу потребно је заменити локације звезде и црне рупе.
6. Ако звезда уђе у хоризонт догађаја заменити је са новом звездом на произвољној локацији.
7. Ако је постигнут критеријум конвергенције исписати најбоље решење, у супротном вратити се на корак 2.

Тестирањем овог алгоритма помоћу функција из другог прилога установљено је да овај алгоритам увек налази глобални оптимум свих функција.

### 3.8. Gravitational Search Algorithm

Гравитација представља тежњу тела да се међусобно приближе. Она представља једну од четири основне сile у природи (остале су: електромагнетна сила, слаба нуклеарна сила, и јака нуклеарна сила). Свака честица у природи привлачи другу честицу.

Начин на који делује Њутнова гравитациона сила се зове деловање на даљину. Ово значи да гравитација делује између раздвојених честица без икаквог посредника или кашњења. По Њутновом закону гравитације свако тело делује на друго гравитационом силом. Гравитациона сила између два тела је директно пропорционална производу њихових маса и обрнуто пропорционална квадрату удаљености ових тела, као што је дато следећим изразом:

$$F = G \frac{M_1 M_2}{R^2}, \quad (3.23)$$

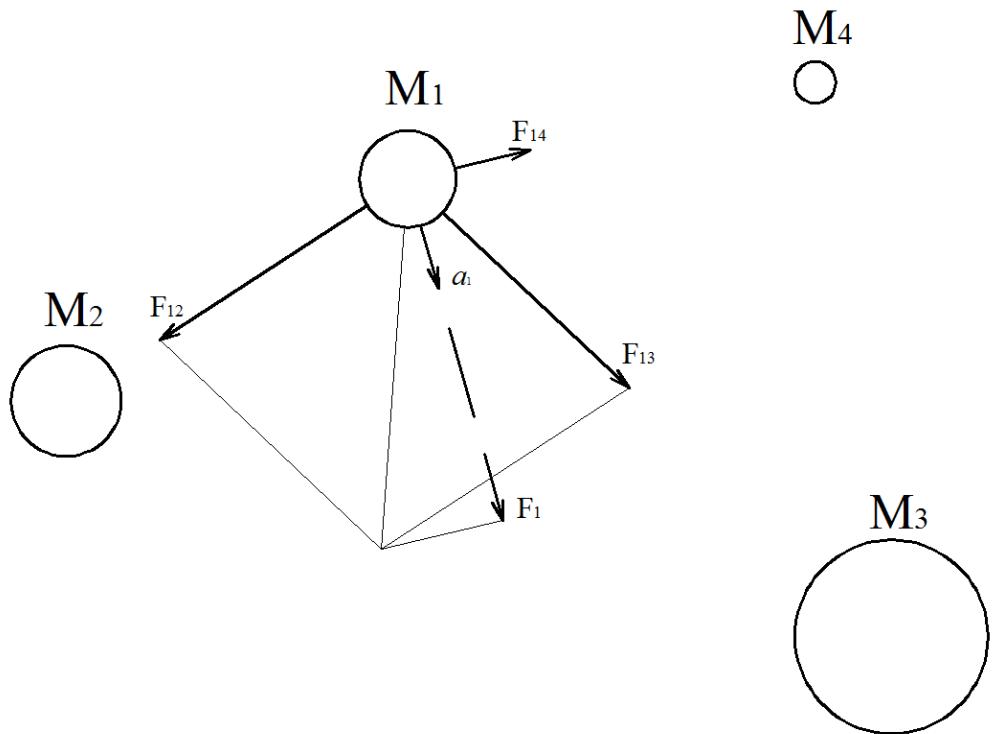
где је  $F$  амплитуда гравитационе сile,  $G$  је гравитациона константа,  $M_1$  и  $M_2$  су масе првог и другог тела, док је  $R$  растојање између посматраних тела. Њутнов други закон каже да када сила ( $F$ ) делује на тело, његово убрзање ( $a$ ) зависи само од те сile и његове масе ( $M$ ):

$$a = \frac{F}{M}. \quad (3.24)$$

На основу једначина (3.23) и (3.24) види се да постоји привлачност између свих тела у универзуму при чему већи утицај имају већа и ближа тела. Повећање растојања између два тела значи да се гравитациона сила између њих смањује као што је приказано на слици 3.6. На овој слици,  $F_{ij}$  је сила која делује на тело  $M_i$  као последица присуства тела  $M_j$ , док је  $F_i$  укупна сила која делује на тело  $M_i$  и која проузрокује вектор убрзања  $a_i$ . Поред ефекта смањења гравитације, стварна вредност гравитационе константе зависи од старости универзума. Следећим изразом је приказан један начин израчунавања гравитационе константе:

$$G(t) = G(t_0) \cdot \left( \frac{t_0}{t} \right)^\beta, \quad \beta < 1, \quad (3.25)$$

где је  $G(t)$  вредност гравитационе константе у тренутку  $t$ ,  $G(t_0)$  вредност гравита-



Слика 3.6. Деловање гравитационе силе на тела.

ционе константе у почетку времена. Други начин израчунавања ове константе који је дао боље резултате при решавању практичних проблема је:

$$G(t) = G_0 e^{-\alpha \frac{t}{T}}, \quad (3.26)$$

где је  $G_0$  постављено на 100,  $\alpha$  на 20, а  $T$  је максималан број итерација. У дефиницијама теоријске физике постоје три врсте маса:

- Активна гравитациона маса,  $M_a$ , је мера јачине гравитационог поља као последице посматраног објекта. Гравитационо поље објекта са малом активном гравитационом масом је слабије него гравитационо поље тела са већом активном гравитационом масом.
- Пасивна гравитациона маса,  $M_p$ , је мера јачине интензитета интеракције објекта са гравитационим пољем. Унутар истог гравитационог поља, на објекат са мањом пасивном гравитационом масом ће деловати мања сила у односу на објекат са већом пасивном гравитационом масом.
- Инерциона маса,  $M_i$ , је мера отпорности објекта на промену положаја услед деловања сile. Тела са великим инерционим масама веома споро мењају своје кретање, и обрнуто објекти са малим инерционим масама брзо мењају брзину свог кретања.

Гравитациона сила  $F_{ij}$  која делује на тело  $i$  а последица је присуства тела  $j$ , је пропорционална производу активне гравитационе масе тела  $j$ ,  $M_{aj}$ , и пасивне гравитационе масе тела  $i$ ,  $M_{pi}$ , и инверзно је пропорционална квадрату растојања између ова два тела,  $R$ . Убрзање тела  $i$ ,  $a_i$ , је пропорционално сили  $F_{ij}$  и обрнуто је пропорционална инерционој маси тела  $i$ ,  $M_{ii}$ . Сада се једначине (3.23) и (3.24) могу писати на следећи начин:

$$F_{ij} = G \frac{M_{aj} M_{pi}}{R^2}, \quad (3.27)$$

$$a_i = \frac{F_{ij}}{M_{ii}}. \quad (3.28)$$

Иако се инерциона маса, пасивна гравитациона маса и активна гравитациона маса концептуално разликују, ниједан експеримент никада није недвосмислено показао никакву разлику између њих. Теорија опште релативности почива на чињеници да су инерциона и пасивна гравитациона маса еквивалентне. Ово је познато као принцип слабе еквиваленције. Теорија стандардне опште релативности такође претпоставља еквиваленцију између инерционе и активне гравитационе масе, ово се назива принцип јаке еквиваленције.

### 3.8.1. Алгоритам

У овом алгоритму објекти представљају потенцијална решења чије се особине мере њиховом масом. Сви објекти се међусобно привлаче гравитационом силом, и ова сила проузрокује кретање свих објеката ка објектима већих маса. Тела са већом масом, која одговарају бОљим решењима, спорије се крећу у односу на лакша тела. Овим се гарантује експлоатација.

Свака маса је дефинисана са четири карактеристике: позицијом, инерционом масом, активном и пасивном гравитационом масом. Позиција тела је повезана са решењем проблема, док се инерциона и гравитационе масе одрђују на основу фитнес функције.

Другим речима, свако тело представља решење, а алгоритам се наводи одговарајућим подешавањем гравитационе и инерционе масе. Са током итерација, за очекивати је да тела буду привучена телима највећих маса. Тело са највећом масом представља оптимално решење у простору решења.

Овај алгоритам се може посматрати као изоловани систем маса које подлежу

Њутновом закону гравитације и кретања. Прецизније гледано масе се подвргавају:

- Закону гравитације: свака честица делује на другу честицу силом која је пропорционална производу њихових маса и обрнуто пропорционална растојању између тих честица. У алгоритму је коришћено  $R$  а не  $R^2$  пошто се показало да се тако алгоритам боље понаша [89].
- Закон кретања: тренутна брзина било које масе је једнака суми делова претходне брзине и промене брзине. Промена брзине или убрзање било које масе је једнако сили која делује на масу подељеној са инерционом масом.

Нека се разматра систем од  $N$  тела. При чему је позиција  $i$ -тог тела дефинисана изразом:

$$X_i = (x_i^1, \dots, x_i^d, \dots, x_i^n), \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (3.29)$$

где  $x_i^d$  представља локацију  $i$ -тог тела у  $d$ -тој димензији. За одређени тренутак  $t$ , дефинише се сила која делује на тело  $i$  а која је последица постојања тела  $j$ :

$$F_{ij}^d(t) = G(t) \frac{M_{pi}(t) \cdot M_{aj}(t)}{R_{ij}(t) + \varepsilon}, \quad (3.30)$$

где је  $\varepsilon$  мала константа помоћу које се избегавају сингуларне вредности. Да би се дала стохастичка природа алгоритму, претпостављено је да се укупна сила која делује на тело  $i$  у правцу димензије  $d$  добија сабирањем свих сила у том правцу или са произвољним тежинским фактором:

$$F_i^d(t) = \sum_{j=1, j \neq i}^N \text{rand}_j F_{ij}^d(t), \quad (3.31)$$

где је  $\text{rand}_j$  произвољан број из опсега  $[0, 1]$ . По закону кретања, убрзање тела  $i$  у тренутку  $t$ , и у правцу  $d$  је дато изразом:

$$a_i^d(t) = \frac{F_i^d(t)}{M_{ii}(t)}. \quad (3.32)$$

Нова брзина кретања се рачуна као део тренутне брзине на који се додаје убрзање. На основу овога позиција тела у наредној итерацији се може израчунати помоћу израза:

$$v_i^d(t+1) = \text{rand}_i \cdot v_i^d(t) + a_i^d(t), \quad (3.33)$$

$$x_i^d(t+1) = x_i^d(t) + v_i^d(t+1), \quad (3.34)$$

где је  $\text{rand}_i$  произвољан број из опсега  $[0, 1]$ . Овај произвољан број служи за увођење стохастичности у алгоритам. Гравитациона константа,  $G$ , се задаје на почетку и опада током времена. Гравитационе и инерциона маса се рачунају према фитнес вредности. Што је маса већа то је потенцијално решење боље. Ово значи да ће тела са већом масом узроковати веће привлачење ка себи и спорије ће се кретати. Поменуте масе се могу израчунати на следећи начин:

$$M_{ai} = M_{pi} = M_{ii} = M_i, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (3.35)$$

$$m_i(t) = \frac{f_i(t) - \text{najgori}(t)}{\text{najbolji}(t) - \text{najgori}(t)}, \quad (3.36)$$

$$M_i(t) = \frac{m_i(t)}{\sum_{j=1}^N m_j(t)}. \quad (3.37)$$

где је  $f_i(t)$  фитнес вредност тела  $i$  у тренутку  $t$ ,  $\text{najgori}(t)$  и  $\text{najbolji}(t)$  су за минимизациони проблем дефинисани као:

$$\text{najbolji}(t) = \min_{j \in \{1, \dots, N\}} f_j(t), \quad \text{najgori}(t) = \max_{j \in \{1, \dots, N\}} f_j(t). \quad (3.38)$$

За максимизациони проблем (3.38) постаје:

$$\text{najbolji}(t) = \max_{j \in \{1, \dots, N\}} f_j(t), \quad \text{najgori}(t) = \min_{j \in \{1, \dots, N\}} f_j(t). \quad (3.39)$$

Један од начина постизања компромиса између истраживања и експлоатације је смањивање броја тела са којима се ради током итерација у изразу (3.31). У ову суму ће улазити само тела са највећом масом. Ипак треба водити рачуна код овог приступа да се не укине истраживање у потпуности. Као што је познато, да би алгоритам избегао заглављивање у локалном оптимуму неопходно је да на почетку има добру претрагу простора решења. Како итерације одмичу, претрага треба полако да се смањује и да уступи место експлоатацији. У овом приступу може се користити скуп од  $K_{najbolje}$  тела која ће управљати кретањем осталих тела.  $K_{najbolje}$  зависи од времена, тако да ће на почетку укључивати сва тела, док ће на крају овај скуп садржати само најбоље решење. На основу свега реченог израз (3.31) постаје:

$$F_i^d(t) = \sum_{j \in K_{najbolje}, j \neq i} \text{rand}_j F_{ij}^d(t). \quad (3.40)$$

Предложени алгоритам се извршава по следећим корацима:

1. Генерисање произвољне популације.
2. Одређивање фитнес вредности саког тела.

3. Израчунавање  $G(t)$ ,  $najbolje(t)$ ,  $najgore(t)$  и  $M_i(t)$  за  $i = 1, 2, \dots, N$ .
4. Израчунавање укупне силе у различитим правцима.
5. Израчунавање убрзања и брзине.
6. Израчунавање нове позиције тела.
7. Ако није задовољен услов конвергенције вратити се на корак 2. У супротном исписати најбоље решење.

Тестирањем овог алгоритма помоћу функција које су дате у другом прилогу установљено је да алгоритам добро ради за прву и трећу функцију. Код друге тест функције алгоритам није у стању да пронађе глобални оптимум али проналази локалне оптимуме који се налазе у непосредној близини глобалног оптимума. Што се тиче четврте тест функције алгоритам није у стању да нађе ни други најбољи локални оптимум.

### 3.9. Grey Wolf Optimizer

Сиви вукови (*Canis lupus*) припадају породици звери (*Canidae*). Они спадају у алфа грабљивце, што значи да се налаза на врху ланца исхране. Као и остale врсте вукова и сиви вукови углавном воле да живе у чопору, најчешће у групи од 5 до 12 чланова. Од посебног значаја је чињеница да они имају веома строго дефинисану друштвену хијерархију.

Вође чопора су мушки и женска јединка, који се зову алфе. Алфа вукови су углавном задужени за доношење одлука око лова, места одмора, времена устајања, и тако даље. Одлука алфа јединки се сматра као наредба за остатак чопора. Међутим, постоји одређена доза демократског понашања у чопору, у којима алфе прате остатак чопора. У целом чопору једино су алфе задужене за прављење потомства. Интересантно је приметити, да алфе не морају обавезно да буду најјачи чланови чопора али морају бити најбољи у организацији чопора. Ово указује на чињеницу да је организација и дисциплина чопора много важнија од снаге.

Други ниво хијерархије чине бете, које су подређене алфама али им помажу у доношењу одлука или у другим активностима везаним за чопор. Бета вук може бити мужјак или женка, и он вероватно представља најбољег кандидата за наредног алфу у случају да алфа остари или умре. Бета вукови слушају алфе али командују другим вуковима нижег нивоа. Они спроводе алфине команде и дају им повратне информације.

Најнижи ранг у хијерархији сивих вукова су омеге, и они имају улогу жртвеног јагњета. Они морају да слушају све доминантније вукове. Увек су последњи у реду за храну. Може се чинити да су омеге непотребне у чопору, али истраживања су показала да се свађе унутар чопора као и проблеми повећавају када се уклоне омеге. Ово је последица недостатка пражњења фрустрација на омегама од стране других вукова. Они су неопходни за функционисање целог чопора као и за одржавање структуре доминације. У неким случајевима омеге се брину и о младима.

Вукови који не спадају ни у једну од наведених врста се називају делте. Они морају да слушају алфе и бете али је њихова друштвена лествица изнад омега. У ову категорију спадају извиђачи, чувари, стари вукови, ловци и старатељи. Извиђачи су дужни за надгледање граница територије чопора и да упозоравају чопор у случају било какве опасности. Чувари штите и гарантују сигурност чопора. Стари вукови су искусни пошто су некада били алфе или бете. Ловци помажу алфама и бетама у лову и снабдевају чопор храном. Док су пазитељи одговорни за слабе, болесне и рањене вукове.

Поред друштвене хијерархије, понашање вукова у лову је такође занимљива тема.

Главне фазе лова се могу поделити на следећи начин:

- Праћење, гоњење и приближавање плена.
- Опкољавање и узнемирање плена док се не смири.
- Напад на плен.

Ова техника лова и друштвена хијерархија сивих вукова су математички моделовани у циљу прављења оптимизационе методе.

### **3.9.1. Математички модел**

У овом делу ће се дати математички модели друштвене хијерархије, праћења, опкољавања и напада плена. Након тога биће представљен сам оптимизациони алгоритам.

#### **3.9.1.1. Друштвена хијерархија**

У циљу математичког моделовања друштвене хијерархије вукова, а са циљом прављења оптимизационе методе, најбоље решење се проглашава за  $\alpha$  вука, друго и треће најбоље решење за  $\beta$  и  $\delta$  вука, док су сва остала решења  $\omega$  вукови. Код ове

оптимизационе методе лов (потрагу за оптималним решењем) предводе  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\delta$ . Остали ( $\omega$ ) вукови прате ова три вука.

### 3.9.1.2. Опкољавање плена

Као што је већ поменуто, сиви вукови опкољавају плен током лова. Следећа једначина може да послужи као математички модел овог поступка.

$$\mathbf{D} = |\mathbf{C} \cdot \mathbf{X}_p(t) - \mathbf{X}(t)|, \quad (3.41)$$

$$\mathbf{X}(t+1) = \mathbf{X}_p(t) - \mathbf{A} \cdot \mathbf{D}. \quad (3.42)$$

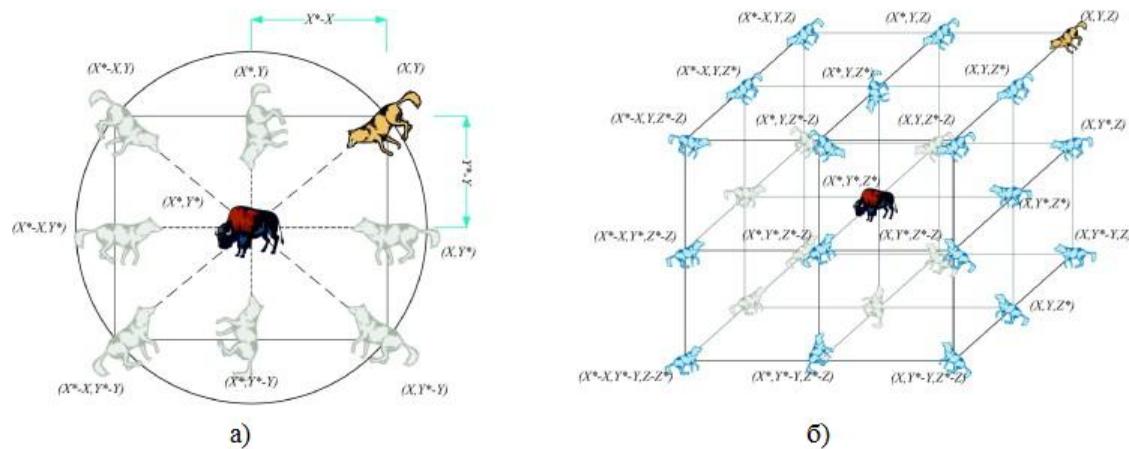
где  $t$  представља тренутну итерацију,  $\mathbf{A}$  и  $\mathbf{C}$  су коефицијент вектори,  $\mathbf{X}_p$  је позиција плена, док  $\mathbf{X}$  представља позицију вука. Вектори  $\mathbf{A}$  и  $\mathbf{C}$  се могу израчунати на следећи начин:

$$\mathbf{A} = 2\mathbf{a} \cdot \mathbf{r}_1 - \mathbf{a}, \quad (3.43)$$

$$\mathbf{C} = 2 \cdot \mathbf{r}_2. \quad (3.44)$$

при чему компоненте вектора  $\mathbf{a}$  линеарно опадају од 2 до 0 током итерација, док су  $\mathbf{r}_1$  и  $\mathbf{r}_2$  произвољни вектори из опсега  $[0, 1]$ .

Да би се видели ефекти једначина (3.41) и (3.42), на слици 3.7 а) приказана је дво-димензијална локација вектора (вука) и могући положаји у којима ће се вук наћи. Као што се са слике може видети вук може да унапреди своју локацију  $(X, Y)$  на основу позиције плена  $(X^*, Y^*)$ . Избором вредности вектора  $\mathbf{A}$  и  $\mathbf{C}$  могу се досегнути различите локације око најбољег агента (решења). На пример, локација  $(X^*-X, Y^*)$  се може достићи постављањем вектора  $\mathbf{A}$  и  $\mathbf{C}$  на следеће вредности  $\mathbf{A} = (1, 0)$  и  $\mathbf{C} = (1, 1)$ . Пример унапређивања локације у тродимензионом простору



Слика 3.7. Позиција вука и могућа нова локацију у: а) 2D и б) 3D простору.

приказан је на слици 3.7 б). Треба приметити да вектори  $r_1$  и  $r_2$  омогућавају вуковима да дођу на било коју позицију унутар означеног простора. То значи да вук може да унапреди свој положај унутар простора који окуружује плен помоћу једначина (3.41) и (3.42). Исти принцип се може применити и на  $n$  димензиони простор, док ће се вукови кретати у хипер-коцкама (или хипер-сферама) око тренутно најбољег решења.

### 3.9.1.3. Лов

Сиви вукови имају способност проналажења локације плена. Лов углавном предводе алфе, док их најчешће следе бете и делте. Међутим, у апстрактном простору претраге локација оптимума (плена) није позната. У циљу математичког моделовања лова, усвојено је да  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\delta$  (три најбоља решења) имају најбоље информације о локацији плена. Тако да се прва три најбоља решења чувају а остала се помеђују према њима. Следеће формуле дефинишу промену локације  $\omega$  вукова.

$$\mathbf{D}_\alpha = |\mathbf{C}_1 \cdot \mathbf{X}_\alpha - \mathbf{X}|, \quad \mathbf{D}_\beta = |\mathbf{C}_2 \cdot \mathbf{X}_\beta - \mathbf{X}|, \quad \mathbf{D}_\delta = |\mathbf{C}_3 \cdot \mathbf{X}_\delta - \mathbf{X}|, \quad (3.45)$$

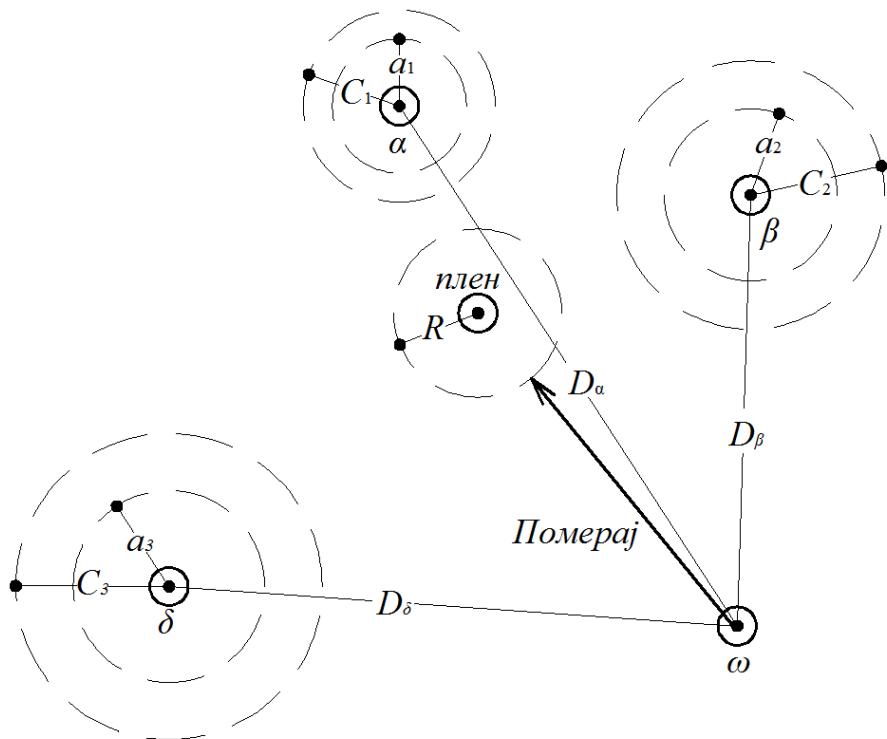
$$\mathbf{X}_1 = \mathbf{X}_\alpha - \mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{D}_\alpha, \quad \mathbf{X}_2 = \mathbf{X}_\beta - \mathbf{A}_2 \cdot \mathbf{D}_\beta, \quad \mathbf{X}_3 = \mathbf{X}_\delta - \mathbf{A}_3 \cdot \mathbf{D}_\delta, \quad (3.46)$$

$$\mathbf{X}(t+1) = \frac{\mathbf{X}_1 + \mathbf{X}_2 + \mathbf{X}_3}{3}. \quad (3.47)$$

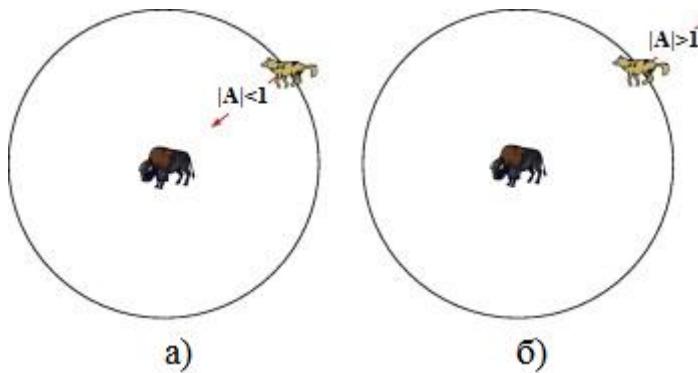
Слика 3.8 показује како се појединачна решења унапређују на основу позиције  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\delta$  решења у 2D простору претраге. Може се приметити да ће се коначна локација налазити у произвољном простору унутар круга који дефинишу позиције  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\delta$  вукова. Другим речима,  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\delta$  вукови процењују позицију плена, док се други вукови произвољно приближавају тој позицији.

### 3.9.1.4. Напад на плен (експлоатација)

Као што је поменуто сиви вукови нападају плен тек када он престане да се креће. У циљу математичког моделовања приближавања плену вредност вектора  $a$  се смањује. Треба приметити да се и опсег дефинисан вектором  $A$  такође смањује са смањивањем вектора  $a$ . Другим речима  $A$  је произвољна вредност на интервалу  $[-2a, 2a]$ , при чему  $a$  опада од 2 ка 0 током итерација. Када је произвољна вредност вектора  $A$  у опсегу  $[-1, 1]$ , следећа локација вука може бити било која локација између његове тренутне позиције и циља. На слици 3.9 а) је приказано да за  $|A| < 1$  вукови су приморани да се приближе плену.



Слика 3.8. Унапређивање решења.



Слика 3.9. Напад и потрага за пленом.

### 3.9.1.5. Потрага за пленом (истраживање)

Претрага сивих вукова се углавном заснива на основу позиције  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\delta$  вукова. Они дивергирају једни од других у потрази за пленом и конвергирају када нападају плен. У циљу математичког моделовања дивергенције, вектор  $A$  узима вредности веће од 1 или мање од -1 да би симулирао дивергенцију вука од плена. Овим се врши детаљна претрага и избегава заглављивање у локални оптимум. Слика 3.9 б) приказује да се за  $|A|>1$  вукови терају од плена у нади да ће пронаћи још бољи плен.

Вектор  $C$  такође помаже у претраживању простора решења. Као што се из израза (3.44) може видети вектор  $C$  узима вредности у опсегу  $[0, 2]$ . Овај вектор даје про-

извољан тежински фактор плену у циљу наглашавања ( $C > 1$ ) или умањивања ( $C < 1$ ) ефекта плена на рачунајње удаљености изразом (3.41). Треба напоменути да се вектор  $C$  не смањује линеарно током итерација. Ово је урађено да би се вршила претрага не само у почетној фази него и у каснијим фазама. Ветор  $C$  помаже у избегавању локалних оптимума поготово у каснијим итерацијама. Овај вектор се такође може посматрати као препрека која онемогућава вуку да брже дође до плена. Препреке се појављују на вучијим стазама и оне им онемогућавају брзо и лагодно приближавање плену. У зависности од позиције вука, овај коефицијент може да удаљи плен или да убрза приближавање вука плену.

### 3.9.2. Алгоритам

Процес претраге почиње генерирањем произвољних решења, стварањем чопора. Током итерација  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\delta$  вукови процењују позицију плена. Свако потенцијално решење смањује своју удаљеност према плену. Параметар  $a$  се смањује од 2 до 0 како би форсирао претрагу и експлатацију. Потенцијална решења теже да дивергирају од плена када је  $|A| > 1$ , односно да се приближавају плену када је  $|A| < 1$ . Ова метода оптимизације се може описати следећим корацима.

1. Иницијализација почетне популације  $X_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ).
2. Иницијализација вектора  $a$ ,  $A$  и  $C$ .
3. Израчунавање фитнес вредности сваког агента.
4.  $X_\alpha =$  најбољи агент.
5.  $X_\beta =$  други најбољи агент.
6.  $X_\delta =$  трећи најбољи агент.
7. Унапредити позицију сваког агента помоћу израза (3.47).
8. Израчунати  $a$ ,  $A$  и  $C$ .
9. Израчунавање фитнес вредности сваког агента.
10. Наћи нове  $X_\alpha$ ,  $X_\beta$  и  $X_\delta$ .
11.  $t = t + 1$ .
12. Ако је  $t$  мање од максималног броја итерација, вратити се на корак 7, у супротном исписати  $X_\alpha$ .

Ако се деси повреда ограничења приликом претраге простора решења таквом вуку се додељују пенализациони фактори. Ако случајно неко од најбоља три решења прекрши неко ограничење аутоматски се замењују новим вуковима у

наредној итерацији. Испитивањем овог алгоритма установљено је да за прве три тест функције алгоритам увек налази глобални оптимум, док се за четврту тест функцију добијају неприхватљиви резултати.

### 3.10. Firefly алгоритам

Треперава светла свитаца представљају очаравајућу слику на летњем небу у тропским крајевима. Постоји око две хиљаде различитих врста свитаца, и већина врста производи кратка и ритмичка треперења светlostи. Шаблон треперења је најчешће јединствен за одређену врсту. Треперење светла настаје као последица процеса биолуминисценције, а стварна функција оваквих сигнала се још истражује. Међутим, две основне функције оваквих треперења су привлачење партнера, и привлачење потенцијалног плена. Поред овога, треперење служи као одбрамбени механизам јер подсећа потенцијалне грабљивице на горак укус свитаца.

Ритмичко светло, учестаност треперења и укупно време трајања треперења формира сигнал који привлачи партнere. Код неких врста женке реагују на треперење само своје врсте, док код врсте која се зове *Photurus*, женке могу да опонашају треперење других врста и тако мame и лове мужјаке који су привучени ритмом треперења који је идентичан њиховом ритму.

Познато је да интензитет светlostи опада са квадратом растојања од извора до места посматрања,  $I \sim 1/r^2$ . Поред овога, ваздух апсорбије светlost тако да она слаби како се повећава удаљеност од извора. Оба ова фактора чине свице видљивим само са ограничене удаљености, најчешће пар стотина метара током ноћи, што је доволјно растојање да би свици могли да комуницирају.

#### 3.10.1. Интензитет светла и привлачност

Ради примене *Firefly* алгоритма (FA) веома је важно математички моделовати промену интензитета светlostи и правилно формулисати привлачност између јединки. Ради поједностављивања, увек се може претпоставити да је привлачност дефинисана помоћу интензитета светла који зависи од вредности објективне функције.

За најпростији случај приликом тражења максимума неког оптимизационог проблема, интензитет светла  $I$  свица на одређеној локацији  $x$  се може одредити као  $I(x) \sim f(x)$ . Међутим, привлачност  $\beta$  је релативна, она треба да се процени са

позиције посматрача, односно другог свица. То значи да ће привлачност зависити од растојања  $r_{ij}$  између свитаца  $i$  и  $j$ . Као што је речено, интензитет светла опада са повећањем растојања од извора, део се апсорбује у ваздуху, тако да је привлачност потребно дефинисати и у односу на апсорпцију.

У најпростијем облику, интензитет светлости  $I(r)$  зависи од квадрата растојања, односно:

$$I(r) = \frac{I_s}{r^2}, \quad (3.48)$$

где је  $I_s$  интензитет светлосног извора. За дати медијум са константним коефицијентом апсорпције  $\gamma$ , интензитет  $I$  се мења са растојањем  $r$  на следећи начин:

$$I = I_0 e^{-\gamma r}, \quad (3.49)$$

где је  $I_0$  почетни интензитет. У циљу избегавања сингуларних вредности за  $r = 0$  у изразу (3.48) комбиновани ефекат слабљења интензитета светлости се може представити у Гаусовој форми као:

$$I(r) = I_0 e^{-\gamma r^2}. \quad (3.50)$$

Привлачност свица је пропорционална светлосном интензитету који види суседни свитац. На основу овога се може дефинисати привлачност,  $\beta$ , као:

$$\beta = \beta_0 e^{-\gamma r^2}, \quad (3.51)$$

где је  $\beta_0$  привлачност за  $r = 0$ . Пошто је често лакше и брже израчунати  $1/(1+r^2)$  него експоненцијалну функцију, горња функција се може приближно представити изразом:

$$\beta = \frac{\beta_0}{1 + \gamma r^2}. \quad (3.52)$$

За оба израза (3.51) и (3.52), дефинисана је карактеристична удаљеност  $\Gamma = 1/\gamma^{1/2}$  за коју се привлачност значајно промени од  $\beta_0$  до  $\beta_0 e^{-1}$  у изразу (3.51), односно на  $\beta_0/2$  у изразу (3.52). У практичној примени, функција привлачности може да буде било која монотоно опадајућа функција, као на пример:

$$\beta(r) = \beta_0 e^{-\gamma r^m}, \quad m \geq 1. \quad (3.53)$$

За фиксно  $\gamma$ , карактеристична удаљеност постаје

$$\Gamma = \gamma^{-1/m} \rightarrow 1, \quad m \rightarrow \infty. \quad (3.54)$$

Односно, ако је за оптимизациони проблем дата карактеристична удаљеност  $\Gamma$ , параметар  $\gamma$  се може искористити као почетна вредност. За вредност овог параметра,  $\Gamma$ , потребно је наћи неку прихватљиву вредност за сваки оптимизациони проблем. Ако се  $\Gamma$  постави на уобичајену вредност за разматрани оптимизациони проблем, онда ће се велики број свитаца  $n \gg k$ , где је  $k$  број локалних оптимума, равномерно распоредити по простору претраге. Током итерација свици ће се распоредити у све локалне оптимуме (укључујући и глобални оптимум). Постоје две граничне вредности за употребу коефицијента  $\gamma$ ,  $\gamma \rightarrow 0$  и  $\gamma \rightarrow \infty$ . За  $\gamma \rightarrow 0$ , привлачност је константна  $\beta = \beta_0$  и  $\Gamma \rightarrow \infty$ , ово практично значи да се интензитет светlostи не мења кроз идеализован ваздух. Односно, да се светлост свитаца може видети у целом домену. Овим се може наћи само један, најчешће глобални, оптимум. Са друге стране, када  $\gamma \rightarrow \infty$  карактеристична удаљеност  $\Gamma \rightarrow 0$  и  $\beta(r) \rightarrow \delta(r)$ , где је  $\delta$  Дираков импулс. Ово практично значи да не постоји привлачност између било која два свица, и да је претрага потпуно случајног карактера. У природи је ова појава идентична тумарању свитаца у веома магловитој ноћи.

Удаљеност између било која два свица  $i$  и  $j$ , чије су позиције  $x_i$  и  $x_j$ , у Декартовом координатном систему износи:

$$r_{ij} = \|x_i - x_j\| = \sqrt{\sum_{k=1}^d (x_{i,k} - x_{j,k})^2}, \quad (3.55)$$

где је  $x_{i,k}$   $k$ -та координата свица  $x_i$ . Кретање свица  $i$  према атрактивнијем (светлијем) свицу  $j$  се дефинише помоћу следећег израза:

$$x_{i+1} = x_i + \beta_0 e^{-\frac{r_{ij}^2}{2}} (x_j - x_i) + \alpha \varepsilon_i, \quad (3.56)$$

где се други члан односи на привлачност. Трећи члан је заслужан за произвољно кретање, где је  $\alpha$  коефицијент скалирања, а  $\varepsilon_i$  може да узима било коју вредност која подлеже нормалној Гаусовој вероватноћи расподеле. Најчешће узимане вредности разматраних параметара су  $\beta_0 = 1$  и  $\alpha \in [0, 1]$  [93]. Уместо наведеног трећег члана могуће је користити Левијев лет који ће касније бити описан. Параметар  $\gamma$  дефинише променљивост привлачности, и његова вредност је од велике важности за одређивање брзине конвергенције алгоритма. Типичне вредности овог коефицијента се налазе у опсегу од 0.1 до 10.

Споријој конвергенцији алгоритма доприноси управо трећи члан израза (3.56) пошто произвољно кретање постоји и када се претрага приближи оптималној

вредности. Побољшање карактеристика овог алгоритма се постиже постепеним смањивањем коефицијента скалирања. Једна од могућих промена коефицијента  $\alpha$  са током итерација је дата следећим изразом:

$$\alpha = \alpha_{\infty} + (\alpha_0 - \alpha_{\infty})e^{-t}, \quad (3.57)$$

где је  $t \in [0, t_{\max}]$  тренутна итерација, а  $t_{\max}$  је максимални број итерација,  $\alpha_0$  почетна вредност коефицијента  $\alpha$ , а  $\alpha_{\infty}$  крајња вредност коефицијента  $\alpha$ .

### 3.10.2. Алгоритам

Да би се развио *Firefly* алгоритам потребно је усвојити следећа упрошћења:

- Усвојена је претпоставка да не постоји полна разлика између свитаца, тако да једног свица привлачи други свитац без обзира на његов пол.
- Привлачност је пропорционална интезитету светlostи, тако да ће се онај свитац чији је интензитет светла мањи кретати ка светлијем свицу. Пошто је привлачност пропорционална интезитету светlostи и она ће се смањивати са повећањем растојања. Ако у околини не постоји свитац са јачим интензитетом светlostи посматрани свитац ће се кретати произвољно.
- Интензитет светlostи свитаца се одређује на основу вредности фитнес функције.

На основу ова три правила и свега реченог могуће је дефинисати *Firefly* алгоритам.

1. Генерисање почетне популације.
2. Одређивање интензитета светlostи  $I_i$  за свица  $i$  на позицији  $x_i$  на основу фитнес вредности  $f(x_i)$ .
3. Дефинисање коефицијента апсорпције,  $\gamma$ .
4. За свако  $i$  и  $j$  ( $i, j = 1, \dots, n$ ) померити  $i$ -тог свица према  $j$ -том свицу ако је  $I_i < I_j$ .
5. Израчунати нову привлачност,  $\beta$ .
6. Ако је  $t < t_{\max}$  вратити се на корак 2. У супротном најбоље решење унутар популације представља оптимално решење.

Тестирањем овог алгоритма функцијама које су дате у другом прилогу установљено је да је овај алгоритам способан да пронађе глобални оптимум али да се то не дешава приликом сваког позивања програма.

### **3.11. Krill Herd (КН)**

Различите врсте морских животиња формирају распршено и наизглед произвољне групације. Многе студије су се фокусирале на разумевање основних механизама који регулишу развој ових групација. До сада идентификовани механизми су везани за способност храњења, побољшања репродукције и заштите од грабљивица. Развијени су неки математички модели који описују ове механизме, а који су добијени експерименталним путем.

Антартички крил (зоо планктон), крил на норвешком дословно значи храна китова, је једна од најбоље проучених врста морских животиња. Једна од главних карактеристика ове врсте је способност формирања великог јата. Иако још увек постоје нејасноће око распореда јединки у јату предложени су неки концептуални модели. Резултати који су добијени таквим моделима показују да су основне јединице јата крила појединачни ројеви ових животиња. Да би се боље разумело формирање јата крила потребно је познавати одређене чињенице.

Када грабљивице, као што су фоке, пингвини или морске птице нападну јато крила они прво нападају усамљене јединке. Ово доводи до смањивања густине крила. Формирање јата крила после оваквих напада зависи од много ствари. Окупљање јата је веома сложен процес који има два главна циља: повећавање густине јединки и налажење хране. Управо ова карактеристика је послужила за развој оптимизационе методе. Густина јединки на појединим локацијама и налажење хране се користе као циљеви који ће на крају одвести јато до глобалног оптимума. У овом процесу свака јединка се креће према месту где има више јединки и више хране.

#### **3.11.1. Лагранжов модел Крил јата**

Када грабљивице уклоне поједине јединке, то доводи до смањивања средње густине јата, и удаљености поједињих ројева од извора хране. Ово се може сматрати као почетна фаза у КН алгоритму. У природи, фитнес вредност сваке јединке се може узети као комбинација удаљености од хране и удаљености од највеће густине јата. Може се усвојити претпоставка да је фитнес вредност у ствари вредност објективне функције. Временска зависност положаја сваке јединке у дводимензионалном простору се одређује помоћу следеће три радње:

- Кретање јединке у односу на остале јединке из јата,
- Потрага за храном, и
- Произвољним распрашивањем.

Позната је потреба рада оптимизационих алгоритама са произвољним бројем променљивих, тако да је следећи Лангранжов модел генерализован за претрагу у  $n$  димензионом простору:

$$\frac{d\mathbf{X}_i}{dt} = \mathbf{N}_i + \mathbf{F}_i + \mathbf{D}_i, \quad (3.58)$$

где  $\mathbf{N}_i$  представља померај јединке  $i$  у односу на друге јединке,  $\mathbf{F}_i$  померај прозурокован потрагом за храном, и  $\mathbf{D}_i$  произвољно кретање јединке  $i$  у простору.

### 3.11.1.1. Кретање у зависности од других јединки

Према теоретским истраживањима јединке крила се труде да формирају што већу густину јата а њихово кретање зависи од позиције других јединки. Правац кретања,  $\alpha_i$ , се процењује на основу локалне густине роја (локални ефекат), жељене густине роја (циљни ефекат), и одбојне густине јата (одбојни ефекат). За сваку јединку крила ово кретање је дефинисано следећим изразом:

$$N_i^{novo} = N^{max} \alpha_i + \omega_n N_i^{staro}, \quad (3.59)$$

$$\alpha_i = \alpha_i^{lokal} + \alpha_i^{cilj}. \quad (3.60)$$

где је  $N^{max}$  максимална брзина ( $0,01$  m/s),  $\omega_n$  инерциона отпорност кретању која је у опсегу  $[0, 1]$ , најчешћа почетна вредност овог коефицијента је  $0.9$  и она линеарно опада са током итерација и зауставља се на вредности  $0.1$ .  $N_i^{staro}$  је претходна брзина,  $\alpha_i^{lokal}$  локални ефекат који зависи од суседа и  $\alpha_i^{cilj}$  је жељена путања коју диктира најбоља јединка. Ефекти кретања у односу на суседе могу да се представе привлачно/одбојном тенденцијом између појединача у циљу локалне претраге. Овај ефекат се може представити на следећи начин:

$$\alpha_i^{lokal} = \sum_{j=1}^{NN} \hat{K}_{ij} \hat{X}_{ij}, \quad (3.61)$$

$$\hat{X}_{ij} = \frac{X_j - X_i}{\|X_j - X_i\| + \varepsilon}, \quad (3.62)$$

$$\hat{K}_{ij} = \frac{K_i - K_j}{K^{najgore} - K^{najbolje}}. \quad (3.63)$$

где су  $K^{najbolje}$  и  $K^{najgore}$  најбоља и најгора фитнес вредност јединки,  $K_i$  је фитнес вредност јединке  $i$ ,  $K_j$  је фитнес вредност суседа  $j$  ( $j = 1, 2, \dots, NN$ ),  $X$  је позиција јединке, а  $NN$  је укупан број суседа. Ради избегавања сингуларитета, у изразу (3.62) имениоцу је додата мала позитивна вредност  $\varepsilon$ .

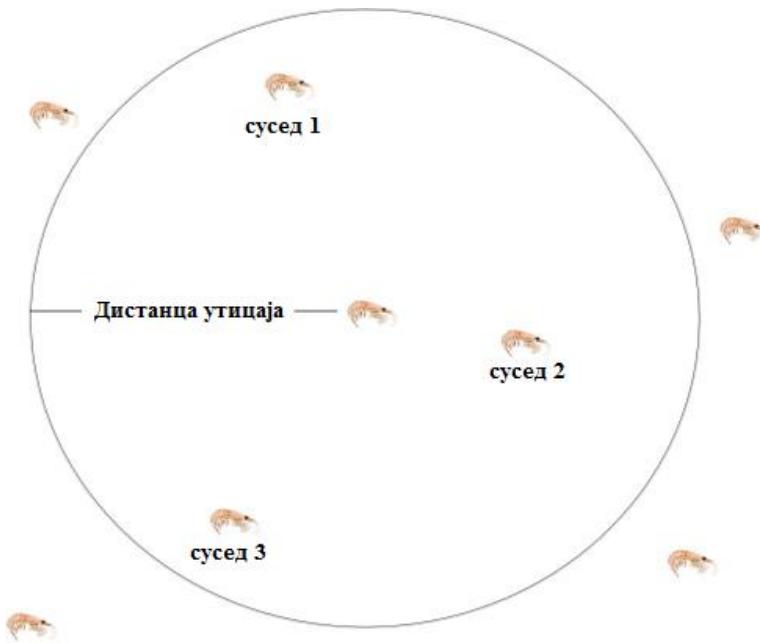
Десне стране израза (3.61) – (3.63) садрже неке јединичне векторе и нормализоване фитнес вредности. Вектори указују правца суседа, а нормализоване фитнес вредности ефекат суседа на кретање јединке. Ефекат може бити привлачан или одбојан у зависности од знака нормализоване фитнес вредности.

Постоје различите стратегије за одабир суседа. На пример, суседима се могу сматрати само одређени број најближих јединки. Да би се уважило стварно понашања јединки крила користи се дистанца утицаја ( $d_s$ ) око сваке јединке, и на основу овога се одређује број комшија, слика 3.10. За одређивање овог растојања користи се следећи израз:

$$d_{si} = \frac{1}{5N} \sum_{j=1}^N \|X_i - X_j\|, \quad (3.64)$$

где је  $d_{si}$  дистанца утицаја  $i$ -те јединке, а  $N$  је укупан број јединки. Фактор 5 у имениоцу је добијен експерименталним путем. Коришћењем израза (3.64) може се установити број суседа посматране јединке. Наиме, ако је растојање између две јединке мање од израчунате дистанце утицаја, онда су те две јединке суседи.

Циљана позиција сваке јединке је локација најбоље јединке. Промена позиције



Слика 3.10. Шематски приказ области утицаја на јединку крила.

сваке јединке према најбољем решењу је дефинисана следећим изразом:

$$\alpha_i^{cij} = C^{najbolje} \hat{K}_{i,najbolje} \hat{X}_{i,najbolje}, \quad (3.65)$$

где је  $C^{najbolje}$  коефицијент који фаворизује утицај најбоље локације на кретање јединке у односу на утицај суседа на њено кретање. Овај коефицијент се рачуна на следећи начин:

$$C^{najbolje} = 2 \left( \text{rand} - \frac{I}{I_{\max}} \right), \quad (3.66)$$

где  $\text{rand}$  представља произвољан број из опсега  $[0, 1]$ ,  $I$  је број тренутне итерације, а  $I_{\max}$  је максимални број итерација.

### 3.11.1.2. Потрага за храном

Кретање за храном се састоји из два основна дела. Први је локација хране а други претходна искуства везана за ту локацију. Ово кретање за  $i$ -ту јединку се може представити помоћу следећег израза:

$$F_i = V_f \beta_i + \omega_f F_i^{staro}, \quad (3.67)$$

$$\beta_i = \beta_i^{hrana} + \beta_i^{najbolje}, \quad (3.68)$$

где је  $V_f$  брзина потраге за храном ( $0,02 \text{ m/s}$ ),  $\omega_f$  инерциона отпорност кретању ка храни која је у опсегу  $[0, 1]$ , најчешћа почетна вредност овог коефицијента је 0.9 и она линеарно опада са током итерација и зауставља се на вредности 0.1.  $\beta_i^{hrana}$  је привлачност хране, и  $\beta_i^{najbolje}$  ефекат најбоље фитнес вредности  $i$ -те јединке до сада.

Ефекат хране се дефинише у односу на локацију. Прво би било неопходно наћи центар хране да би могла да се формулише привлачност хране. Пошто ово није могуће урадити потребно је приступити некој процени. Центар хране се може одредити помоћу фитнес вредности јединки користећи принцип центра масе. Помоћу следећег израза се одређује позиција центра хране у свакој итерацији:

$$X^{hrana} = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{1}{K_i} X_i}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{K_i}}. \quad (3.69)$$

Привлачност хране са становишта  $i$ -те јединке се може израчунати помоћу следећег израза:

$$\beta_i^{hrana} = C^{hrana} \hat{K}_{i,hrana} \hat{X}_{i,hrana}, \quad (3.70)$$

где је  $C^{hrana}$  коефицијент хране, који се смањује временом пошто се и у природи кретање за храном смањује са временом. Овај коефицијент се рачуна на следећи начин:

$$C^{hrana} = 2 \left( 1 - \frac{I}{I_{\max}} \right). \quad (3.71)$$

Ефекат најбоље фитнес вредности  $i$ -те јединке се уважава на следећи начин:

$$\beta_i^{najbolje} = \hat{K}_{i,najbolje} \hat{X}_{i,najbolje}, \quad (3.72)$$

где је  $K_{i,najbolje}$  фитнес вредност најбоље локације ( $X_{i,najbolje}$ ) коју је претходно посетила  $i$ -та јединка.

### 3.11.1.3. Раштркано кретање

Раштркано кретање јединки се посматра као произвољан процес. Овај процес се може представити помоћу максималне брзине овог кретања и произвољног правца кретања, односно:

$$D_i = D^{\max} \delta, \quad (3.73)$$

где је  $D^{\max}$  максимална брзина ове врсте кретања и узима вредност из следећег опсега [0.002, 0.01] (m/s), а  $\delta$  је произвољан вектор правца и узима произвољну вредност из опсега [-1, 1]. Што је боља позиција јединке то се она мање произвољно креће у простору претраге. Да би се испоштовао овај ефекат у претходни израз потребно је додати још један члан. Израз (3.74) не опада линеарно као што је то случај са коефицијентом хране.

$$D_i = D^{\max} \left( 1 - \frac{I}{I_{\max}} \right) \delta. \quad (3.74)$$

### 3.11.2. Процес кретања у КН алгоритму

Као што је наведено, различити типови кретања мењају позицију јединке према циљу. Потрага за храном и кретање у односу на суседне јединке садрже две глобалне и две локалне стратегије које радећи у паралели чине КН алгоритам веома робусним. Према дефиницији ових кретања за  $i$ -ту јединку, ако су одговарајуће фитнес вредности поменутих ефеката ( $K_j$ ,  $K^{najbolje}$ ,  $K^{hrana}$  и  $K_i^{najbolje}$ ) боље (ложије) од фитнес вредности  $i$ -те јединке, то на њу има привлачни (одбојни) ефекат.

Као што је поменуто, боље фитнес вредности имају доминантнији утицај у кретању од осталих врста кретања. За произвољну претрагу заслужна је последња врста кретања, раштркано кретање. Имајући све ово у виду нова локација јединке се одређује на следећи начин:

$$X_i(t + \Delta t) = X_i(t) + \Delta t \frac{dX_i}{dt}. \quad (3.75)$$

Треба приметити да је  $\Delta t$  један од најважнијих коефицијената и да га треба пажљиво одабрати у зависности од оптимизационог проблема. Он у ствари представља коефицијент убрзања алгоритма. Са друге стране, он у потпуности зависи од простора претраге и може се одредити помоћу следећег израза:

$$\Delta t = C_t \sum_{j=1}^{NV} (UB_j - LB_j), \quad (3.76)$$

где је  $NV$  укупан број променљивих, а  $LB_j$  и  $UB_j$  су доња и горња граница  $j$ -те променљиве ( $j = 1, 2, \dots, NV$ ).  $C_t$  је емпириски пронађена константа која узима вредност из опсега  $[0, 2]$ . Додељивањем великих вредности овом коефицијенту омогућиће кретање појединих јединки преко целог простора претраге. Овим се омогућава глобална претрага али не постоји могућност за добру локалну претрагу. Са друге стране, када је коефицијент  $C_t$  сувише мали претрага локалног простора ће бити доба, али не и претрага глобалног простора. Компромисно решење је да на почетку коефицијент  $C_t$  узима веће вредности чиме се обезбеђује глобална претрага, а да са током итерација постепено опада и тако обезбеди добру локалну претрагу. Једна од могућих промена овог коефицијента дата је једначином [101]:

$$C_t(t) = C_{t \max} - \frac{C_{t \max} - C_{t \min}}{t_{\max}} t, \quad (3.77)$$

где су  $C_{t \max}$  и  $C_{t \min}$  максимална и минимална вредност коефицијента  $C_t$ .  $t_{\max}$  је максималан број итерација, док је  $t$  број тренутне итерације. За  $C_{t \max}$  и  $C_{t \min}$  се могу усвојити било које вредности унутар дефинисаног опсега.

### 3.11.3. Алгоритам

Основни КН алгоритам се може приказати у неколико следећих корака.

1. Прикупљање података. Дефинисање ограничења, дефинисање параметара алгоритма итд.
2. Иницијализација. Произвољно дефинисана почетна популација у простору

претраге.

3. Израчунавање фитнес вредности сваке јединке.
4. Израчунавање помераја:
  - Померај у односу на суседне јединке.
  - Потрага за храном.
  - Раштркано кретање.
5. Рачунање нове позиције јединки.
6. Ако није задовољен критеријум конвергенције вратити се на корак 3. У супротном исписати најбоље решење.

Тестирањем КН алгоритма установљено је да за другу и трећу тест функцију (које су дате у другом прилогу) алгоритам не може да нађе глобални оптимум, тј. увек ће да се заглави у локалном оптимуму. Што се тиче четврте тест функције КН алгоритам може да нађе глобални оптимум али са веома малом вероватноћом.

### 3.12. Теорија хаоса

Теорија хаоса је област истраживања математике са применама у различитим дисциплинама техничких наука, метеорологије, социологије, физике и филозофије. Ова теорија проучава понашање динамичких система који су веома осетљиви на почетне услове. Мале разлике у почетним условима доприносе великим променама у одзивима ових динамичких система, што практичне онемогућава прогнозу понашања оваквих система. Ово важи и за детерминистичке системе, код којих је будуће понашање потпуно дефинисано почетним условима, при чему се не уважава произвольно понашање елемената. Овакво понашање је познато и под именом детерминистички хаос. Код оптимизационих алгоритама који користе теорију хаоса поједине секвенце из мапа хаоса се користе за дефинисање управљачких променљивих. Једна од главних особина хаоса је да се једна вредност не понавља два пута. Ово повећава брзину претраге у поређењу са претрагом која се заснива на вероватноћи (Гаусова нормална расподела). Различити радови су показали да је могуће употребити мапе хаоса у метахеуристичким методама где год постоји потреба за произвольним бирањем параметара. У [102] мапе хаоса су коришћене за добијање произвольне вредности која се користи у изразу (3.66). У [103] мапе хаоса су коришћене за генерирање вредности коефицијената  $\omega_n$  и  $\omega_f$ . У табели 3.1 приказане су неке од често коришћених мапа хаоса, при чему је  $k$

Табела 3.1. Мапе хаоса.

Име	Дефиниција
Chebyshev	$x_{k+1} = \cos(k \cdot \cos^{-1}(x_k))$
Circle	$x_{k+1} = x_k + b - (a/2\pi)\sin(2\pi k) \bmod(1), a = 0.5, b = 0.2$
Cusp	$x_{k+1} = \begin{cases} 1 - 2\sqrt{-x_k} & -1 \leq x_k \leq 0 \\ 2\sqrt{x_k} - 1 & 0 < x_k \leq 1 \end{cases}$
Iterative	$x_{k+1} = \sin\left(\frac{a\pi}{x_k}\right), a \in (0, 1)$
Kent	$x_{k+1} = \begin{cases} \frac{x_k}{\beta} & 0 < x_k \leq \beta \\ \frac{1-x_k}{1-\beta} & \beta < x_k \leq 1 \end{cases}, \beta \in (0, 1)$
Logistic	$x_{k+1} = ax_k(1-x_k), 0 \leq a \leq 4$
Piecewise	$x_{k+1} = \begin{cases} x_k / P & 0 \leq x_k < P \\ (x_k - P)/(0.5 - P) & P \leq x_k < 0.5 \\ (1 - P - x_k)/(0.5 - P) & 0.5 \leq x_k < 1 - P, 0 < P < 0.5 \\ (1 - x_k)/P & 1 - P \leq x_k < 1 \end{cases}$
Sine	$x_{k+1} = a/4 \sin(\pi x_k), 0 < a \leq 4$
Singer	$x_{k+1} = \mu(7.86 \cdot x_k - 23.31 \cdot x_k^2 + 28.75 \cdot x_k^3 - 13.302875 \cdot x_k^4), \mu = 1.07$
Tent	$x_{k+1} = \begin{cases} x_k / 0.7 & x_k < 0.7 \\ 10/3(1 - x_k) & x_k \geq 0.7 \end{cases}$

индекс итерације (секвенце) а  $x_k$  представља  $k$ -ти број у секвенци хаоса.

### 3.13. Левијев лет

Термин *Levy flight* (Левијев лет) се користи пошто се у метахеуристичким алгоритмима најчешће појављују птице. Међутим у литератури се уместо термина лет равноправно користи и термин ход. У природи ресурси нису равномерно распоређени, тако да животиње у потрази за храном треба да нађу те неравномерно распоређене ресурсе у циљу сопственог опстанка. Генерално гледано, време претраге је ограничено тако да је претрагу потребно оптимизовати из дана у дан.

Као што је већ раније разматрано, проблем налажења глобалног оптимума је

сличан проблему са којим се срећу животиње у потрази за храном у природном и динамичком окружењу не знајући при томе тачну локацију хране. У проблемима претраге глобалног оптимума најчешће не постоје никакве информације о локацији глобалног оптимума. Имајући ово у виду, стохастички алгоритми који се користе за налажење глобалног оптимума морају да поседују механизме ефикасне претраге целог простора решења.

### 3.13.1. Левијева расподела

Нека се разматра скуп произвољних променљивих  $(X_1, X_2, \dots, X_N)$  генерисаних са истом густином вероватноће расподеле. Процес се назива стабилним ако суме ових променљивих има исту густину вероватноће расподеле као и свака произвољна променљива. Гаусов процес је типичан представник стабилног процеса. Добро је познато да Гаусова расподела има коначни други извод [104]. Међутим, постоје класе вероватноћа расподеле које имају бесконачну вредност другог извода, а које се такође називају стабилним процесима. Левијева густина вероватноће расподеле припада специјалној класи  $\alpha$ -стабилних расподела. Симетрична  $\alpha$ -стабилна произвољна променљива  $S$  је дефинисана својом карактеристичном функцијом као:

$$\Phi_{\alpha,\sigma} = E[\exp(izS)] = \exp(-\sigma^\alpha |z|^\alpha), \quad (3.78)$$

где  $E[\cdot]$  представља оператор очекивања,  $i$  је комплексни број,  $z \in \mathbb{R}$ ,  $\sigma \geq 0$  и  $\alpha \in (0, 2]$  фактор скалирања. Густина вероватноће расподеле  $\alpha$ -стабилне произвољне променљиве је дата инверзном Фуријеовом трансформацијом као:

$$L_{\alpha,\sigma}(S) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{\alpha,\sigma}(z) \exp(izS) dz = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \exp(-\gamma z^\alpha) \cos(zS) dz. \quad (3.79)$$

У овом контексту  $\alpha$  је параметар облика и он дефинише нагиб опадања репа. Вредности овог коефицијента такође се налазе у опсегу  $(0, 2]$ . Мала вредност овог коефицијента значи да се испод репа расподеле налази значајна количина података, тј. да је велика вероватноћа да ће произвољно генерисана променљива бити знатно удаљена од средње вредности густине вероватноће. Са друге стране, велике вредности коефицијента  $\alpha$  указују да ће се произвољна вредност променљиве налазити у близини средње вредности густине вероватноће. Коефицијент  $\gamma$  служи за скалирање, и без губитка на генералности може му се доделити вредност 1. За вредности коефицијента  $\alpha = 1$  и  $2$ , Левијева расподела постаје Кошијева, односно

Гаусова расподела.

### 3.13.2. Симулација Левијевог произвољног броја

За непознату вредност параметра  $\alpha$  не постоји генерално аналитичко решење израза (3.79). У [105] је описан алгоритам за дефинисање произвољних бројева са Левијевом расподелом, који ће овде укратко бити приказан. Прво је потребно генерисати два произвољна броја,  $X$  и  $Y$ , са нормалном расподелом:

$$X \sim N(0, \sigma_X^2), \quad Y \sim N(0, \sigma_Y^2). \quad (3.80)$$

$$\sigma_X(\alpha) = \left[ \frac{\Gamma(1+\alpha)\sin(\pi\alpha/2)}{\Gamma(1+\alpha/2)\alpha 2^{\alpha-1/2}} \right]^{1/\alpha}, \quad \sigma_Y = 1, \quad (3.81)$$

где  $\Gamma(\cdot)$  представља гама функцију. Након овога се примењује нелинеарна трансформација у циљу генерисања променљиве  $V$ :

$$V = \frac{X}{|Y|^{1/\alpha}}. \quad (3.82)$$

Друга нелинеарна трансформација се вуши у циљу додавања експоненцијалног нагиба променљивој  $V$  у циљу стварања променљиве  $W$ .

$$W = \{K(\alpha) - 1\} e^{-|V|/C(\alpha)} + 1 \cdot V. \quad (3.83)$$

где се  $K(\alpha)$  израчунава на следећи начин [105]:

$$K(\alpha) = \frac{\alpha \Gamma((\alpha+1)/2\alpha)}{\Gamma(1/\alpha)} \left[ \frac{\alpha \Gamma((\alpha+1)/2)}{\Gamma(\alpha+1) \sin(\pi\alpha/2)} \right]. \quad (3.84)$$

Зависност коефицијента  $C$  од  $\alpha$  је дата у табели 3.2. Конвергенција Левијеве стабилне расподеле се одређује генерисањем  $n$  независних променљивих  $W$  и применим следећег израза:

$$z = \frac{1}{n^{1/\alpha}} \sum_{k=1}^N W_k. \quad (3.85)$$

Левијева расподела за фактор скалирања различит од 1 се може одредити на следећи начин:

$$z = \sigma^{1/\alpha} W. \quad (3.86)$$

Описани поступак генерисања произвољног броја се може употребити у сваком алгоритму који је за генерисање произвољних променљивих користио нормалну Гаусову расподелу, као што је урађено у [106]. У [107] коришћена је променљива дужина Левијевог корака,  $\alpha$ . Ово је урађено да би се побољшала локална претрага

када се дође доволно близу оптималног решења. За почетну вредност Левијевог корака изабрана је вредност  $A = 1$ , док се вредност смањења корака са током итерација може израчунати помоћу  $\alpha = A/\Gamma^{1/2}$ , где је  $\Gamma$  редни број итерације.

Табела 3.2. Зависност коефицијента  $C$  од  $\alpha$ .

$\alpha$	$C(\alpha)$	$\alpha$	$C(\alpha)$	$\alpha$	$C(\alpha)$
0.8	2.483	1.4	2.8315	1.9	1.7915
0.9	2.7675	1.5	2.737	1.95	1.3925
1.1	2.945	1.6	2.6125	1.99	0.6089
1.2	2.941	1.7	2.4465		
1.3	2.9005	1.8	2.206		

#### **4. ТРЖИШТЕ**

Прво тржиште електричне енергије је развијено у Чилеу заједно са приватизацијом електроенергетског сектора. Модел Чилеанског тржишта се углавном сматра успешним у домену рационалности и трансапарентности одређивања цене електричне енергије, али је доминација великих произвођача који су имали значајан утицај на тржишту и даље остала присутна. Аргентина је побољшала Чилеански модел увођењем стриктних ограничења рада тржишта. Такође је увела плаћање обртне резерве која се користи ради очувања сигурности система. Један од главних разлога за увођење тржишта електричне енергије у Аргентини била је потреба за приватизацијом и повећањем производног сектора, пошто влада својим неодговорним управљањем није одржавала постојећи систем што је проузроковало честе испаде.

Кључни догађај за развој тржишта електричне енергије се одиграо 1990 године када је Енглеска влада одлучила да приватизује комплетну производњу електричне енергије. Ово тржиште су као модел узеле неке од земаља Комонвелта, поготово Аустралија и Нови Зеланд, док су у неким земљама само одређени региони прихватили овакав модел, као на пример Алберта. Међутим, у многим од ових случајева дерегулација није подразумевала продају целог производног сектора. У Алберти за разлику од других тржишта, понуђач поред количине електричне енергије и цене по којој је нуди дужан је да пријави колико му је MW преостало у сваком од извора које поседује да би оператор преносног система знао са чиме располаже ако се укаже потреба за балансирањем [108].

У Сједињеним Америчким Државама традиционални вертикално интегрисани модел електроенергетског система са преносним мрежама које су служиле за снабдевање само сопствених потрошача је добро радио деценијама. Пошто су потреба за поузданijим снабдевањем електричном енергијом као и сама потрошња исте порасли временом, потреба за преносом енергије на већа растојања и оснивање локалних тржишта проузроковала су развој интерконекција. Постојао је релативно мали број трансакција које су углавном биле унапред добро испланиране. Међутим, крајем деведесетих година прошлог века, на залагање неких политичара и представника академске средине уведени су независни оператори система и регионалне организације преноса ради бољег функционисања тржишта. Њихова

улога је била да се изборе са мноштвом трансакција које ће се дешавати у конкурентном окружењу. Цена електричне енергије за сваку класу потрошача у регулисаним областима се одређује на основу усредњене цене трошкова производње, преноса и дистрибуције (зонална цена). У областима где се успоставило тржиште електричне енергије цена представља маргиналну цену, тј. цену последње прихваћене производне јединице [109].

Због различитих процеса дерегулације, сама тржишта се доста разликују али многи од основних концепата су исти, као што је: раздвајање производње од преноса и дистрибуције електричне енергије које имају природни монопол пошто су најчешће у власништву државе, и успостављање тржишта за продају електричне енергије. Улога тржишта је да омогући трговину између производија, трговаца и других финансијских посредника за краткорочну и дугорочну испоруку електричне енергије.

Добро је познато да је електричну енергију веома тешко складиштити, при чему мора да буде доступна кад год за њом постоји потражња. Сходно томе, за разлику од других производа није је могуће у нормалним условима рада складиштити и продавати само њене мање делове по потреби. Поред тога, понуда и потражња варирају континуално у зависности од доба дана, временских прилика, годишњег доба и слично.

За разлику од друге робе која подлеже само финансијским законима, електрична енергија прво подлеже физичким законима који одређују колико ће енергије течи кроз који елемент мреже. На основу овога, губици у мрежи и загушења која се јављају на неким елементима диктирају економску расподелу снага по генераторима. Опсег сваког тржишта се састоји од преносне мреже, или мреже која стоји на располагању за трговину, трговаца и потрошача у свакој географској области. Данас постоје тржишта која превазилазе границе поједињих земаља.

Са друге стране у економском смислу, електрична енергија је роба коју је могуће куповати и продавати. Тржиште електричне енергије представља место на коме трговци остављају своје понуде (*bids*), а купци своје захтеве (*offers*) за набавку електричне енергије. Уговори који су склопљени међусобним договором купца и продавца такође се морају предати оператору преносног система који у највећем броју случајева и управља тржиштом електричне енергије. На отвореним тржиш-

тима електричне енергије цена се формира на основу закона понуде и потражње. Дугорочни уговори су још један од начина трговине електричном енергијом и представљају билатералне уговоре између појединачних произвођача и потрошача.

Управљање тржиштем електричне енергије најчешће врши тржишни оператор или независно лице које се бави искључиво том функцијом. Улога ових оператора је да одржавају баланс између производње и потрошње електричне енергије, и због тога им све понуде и захтеви морају бити доступни тако да они несмеју да учествују на самом тржишту. На тржишту су присутна два типа робе са којима се тргује, а то је енергија и снага. Снага представља меру брзине промене преноса у сваком тренутку, док се под енергијом подразумева она енергија која ће протећи по преносној мрежи за разматрани период.

Трговина енергијом се обавља за сваки интервал у току дана, ти интервали су најчешће подељени на 5, 15 и 60 минута. Трговина снагом се првенствено односи на потребе оператора преносног система који обезбеђује стабилан рад система. Ова трговина подразумева додатне услуге као што су резервација обртних резерви, могућност брзог повећања или смањења производње и друге.

Главни задатак оператора преносног система је да координише производњу електричне енергије тако да подмири потражњу која је распоређена широм преносне мреже. Ако постоји неусклађеност између производње и потрошње, долази до убрзавања или успоравања генератора што за последицу има промену фреквенције у изолованом раду. У случају пада фреквенције из унапред дефинисаних опсега оператор преносног система ће додавати или уклањати производњу или потрошњу у циљу очувања баланса целокупног система.

Имајући у виду ове чињенице, активности које обављају оператори преносног система су ограничene веома стриктним техничким ограничењима, као што су:

- потреба за тренутним и континуалним одржавањем једнакости између количине електричне енергије која се убацује у мрежу и оне која се узима из мреже, при том уважавајући губитке у преносној и дистрибутивној мрежи;
- потреба одржавања фреквенције и напона у веома уским границама;
- потреба за одржавањем токова снага по елементима мреже у дозвољеним границама.

Чак и минимална одступања од било ког од наведених ограничења за последицу може имати довођење целог електроенергетског система у веома тежак положај. У новије време, задовољавање ових критеријума је постало веома захтеван посао због нових начина производње и потрошње електричне енергије. Генерално гледано, потешкоће настају због следећих фактора:

- Нерационална, нееластична и променљива потрошња. Промена потрошње доста варира и на краткорочном (сатном) нивоу и на дугорочном (седмичном, месечном, сезонском) нивоу.
- Немогућност складиштења електричне енергије као и динамичка ограничења производних капацитета. Електрична енергија се може ефикасно складиштити само индиректно помоћу реверзibilних хидроелектрана. Поред максималне и минималне снаге производње, генератори имају и ограничења везана за брзину промене своје производње.
- Ограничавања преносне мреже. Наиме, када се електрична енергија убацује у мрежу она тече по свим њеним расположивим елементима, при чему ти токови подлежу веома сложеним физичким законима. Према томе путању којом ће се кретати нека одређена количина електричне енергије је веома тешко или немогуће одредити, а све у зависности од услова који владају у електроенергетском систему.

Сам смисао тржишта електричне енергије је надметање власника производних капацитета, а све у циљу постизања првенствено исплативе производње. У зависности од самог тржишта произвођачи могу продавати своју енергију само већим купцима, или у случају потпуно отвореног тржишта и продавцима на мало. Продавци после тога препродају ту енергију крајњим купцима. Некад је трgovina електричном енергијом била ексклузивно право великих продајаца, док се сада тржишта све више отварају ка крајњим купцима. Велика удружења потрошача гледају да смање трошкове при набавци електричне енергије и у циљу избегавања препродајаца излазе директно на тржиште. Куповина електричне енергије на тржишту има и неке недостатке, као што су тржишна неизвесност, трошкови чланства, таксе, колективна улагања, трошкови организације као и потреба да се енергија купује на дневном нивоу. Међутим, велики број потрошача који учествују на тржишту, доноси већу корист пошто се избегава монопол и подстиче се

конкурентнија производња.

Да би једно тржиште економски ефикасно функционисало пожељно је да буду испуњени следећи критеријуми: постојање координисаног спот тржишта које ради по закону понуде и потражње, уважавање сигурносних ограничења, економска расподела производње са нодалним ценама.

Цена електричне енергије на тржишту за дан унапред се одређује помоћу укрупња агрегисаних кривих понуда произвођача и потражњи потрошача у свакој области. Цену је потребно одређивати за сваки интервал (најчешће сат времена), и она у многоме зависи од услова у мрежи. Теоретски гледано, цена електричне енергије у сваком чвиру мреже, нодална цена, би требала да представља цену снабдевања додатног kWh у том чвиру. Овакав приступ продаје електричне енергије се врши на појединим тржиштима Сјединjenih Америчких Држава [110]. При израчунању нодалне цене морају бити задовољени сигурносни критеријуми, изабрани најповољнији генератори (одређују се на основу понуда на тржишту), и задовољена потражња. Ако дође до загушења, тржиште ће се поделити и свака област ће имати различиту цену. Различите нодалне цене по областима су директна последица ангажовања скупљих генератора.

Једна од основних идеја приликом формирања тржишта електричне енергије је могућност слободног избора снабдевача, при чему ти снабдевачи не морају обавезно да се налазе у истој области (држави) као и потрошачи. Прекограницна трговина електричном енергијом у Европи је омогућена захваљујући повезаности свих електроенергетских система, UCTE (*Union for the Coordination of Transmission of Electricity*). Главни ограничавајући фактор за слободну трговину широм целе Европе је загушење већине интерконективних водова. Постојање ових загушења је довело до развоја метода за доделу прекограницних капацитета.

Ако на границама не постоји загушење није неопходна резервација тог капацитета, све трансакције се прихватају без наплате. Ово је случај на Немачко Аустријској граници [111]. Проблеми настају када прекограницни капацитет није довољан да прихвати све понуде. У таквим случајевима је могуће поступити по неком од следећих правила:

- *First come first serve*, овом методом прекограницни капацитет се додељује према времену доспећа понуде.

- Сразмерно преношење (*pro rate*), када су захтеви за прекограничним преносом већи од расположивог преносног капацитета сваки захтев се смањује пропорционално. Овим се избегавају загушења, при чему ни једна трансакција није одбијена. Мана овог приступа је што ни једна трансакција није у целости прихваћена.
- Експлицитне аукције, ово је најраспрострањенији начин расподеле прекограничног капацитета у Европи. Сваки оператор преносног система задаје вредности расположивог преносног капацитета за своје границе, и овај капацитет се раздељује на аукцијама. Понуде се разврставају према понуђеној цени, и прихватају се докле год постоји могућност преноса електричне енергије. Цена за пренос електричне енергије преко загушеног вода се најчешће одређује према последњој прихваћеној понуди.
- Имплицитне аукције, разлика у односу на експлицитне аукције је у томе што је цена резервације преносног капацитета већ укључена у цену преноса електричне енергије преко тог вода. Цену преносног капацитета задаје оператор тржишта, при томе водећи рачуна да прихваћене трансакције не доведу до загушења. Пошто оператор тржишта познаје све понуде на тржишту он може да постави такву цену под којом се понуде и даље могу прихватити.
- Подела тржишта, ово је напреднија варијанта имплицитних аукција. Овде се електрична енергија преноси из области са низом ценом у област са вишом ценом, али преноси се само она количина која неће изазивати загушење.

#### **4.1. Nord Pool Spot**

У 2013. години, 84% од целокупне потрошње у Нордијској и Балтичкој регији је набављено преко тржишта. Elspot је аукцијско дан унапред тржиште на коме се тргује са електричном енергијом за сваки сат а која ће бити испоручена следећег дана. Ово тржиште је подељено на неколико области, при чему границе једне области нису обавезно и границе државе. Сваки оператор преносног система одлучије на колико ће се области поделити држава над којом он гарантује стабилан рад система. Износ расположивог преносног капацитета између суседних области може варирати због загушења појединачних водова који повезују те области,

тако да ће постојати разлика у цени у областима погођеним загушењем.

Када су сви учесници поднели своје понуде, приступа се одређивању пресека агрегисаних кривих понуде и потражње за све области. Након тога се рачунају системска и регионална цена. Системска цена се рачуна само на основу понуде и потражње не разматрајући расположиви преносни капацитет између области. Ова цена се користи за трговину и за решавање већине финансијских уговора. Регионална цена се одређује за сваку област посебно. На основу ове цене се врши исплата добављачима и наплата купцима електричне енергије у тој области.

Због постојања уских грла у мрежи, ове две цене се могу разликовати. Наиме, када се појави загушење ток електричне енергије ће бити од области у којој је цена нижа ка области са вишом ценом.

Приликом рачунања регионалних цена користи се алгоритам чији је цљ максимизација општег добра у комбинацији са правилима тржишта. При томе овај алгоритам уважава физичка ограничења као што је ограничење преносних капацитета, уравнотежен рад сваке области, ограничење брзине промене оптерећења и друга.

Elbas је унутар дневно тржиште за трговину електричном енергијом на Nord Pool Spot. На овом тржишту учествује и Немачка поред Нордијских и Балтичких земаља. Задатак овог тржишта је одржавање уравнотеженог рада система. Ово тржиште постаје све значајније због све већег удела ветроелектрана у процесу производње електричне енергије. Познато је да је брзина ветра тешко предвиђива, тако да може доћи до разлике између уговора дан унапред и стварне производње па је неопходно ову разлику надокнадити на тржишту.

На овом тржишту цена се поставља по времену подношења понуде (*first-come, first-served*) при чему најниже цене продаје и највише цене куповине иду прве без обзира на време подношења понуде. На Elbas тржишту могу се подносити понуде само за област у којој се произвођач/купац налази [112].

## 4.2. APX

APX представља спот тржиште Енглеске, Холандије и Белгије. Спојено тржиште подразумева руковање понудама и потражњама без обзита из које земље оне потичу. Прихвататају се оне потражње које нуде највећу цену куповине и оне понуде које нуде најнижу цену продаје електричне енергије, без обзира на локацију купца/производијача, али уважавајући расположиви прекограницни капацитет.

Општи циљ тржишта је постизање што већег суфицита свих учесника на тржишту. Један од начина да се ово постигне је да се из једне области увози у другу све док је маргинална цена у извозној области мања него у увозној, или док се не попуни расположиви преносни капацитет.

EuroLight® IT-платформа се користи за трговину на APX тржишту за дан унапред. Захваљујући повезаности ових електроенергетских система, учесницима на тржишту се нуди могућност продаје/куповине електричне енергије из суседних земаља (Француска, Немачка) и суседних тржишта (Nord Pool Spot) [113]. Алокација на интерконективним водовима се ради путем имплицитних аукција [114, 115]. За разлику од Nord Pool Spot тржишта где се за унутардневно тржиште за сваку област прихватају само понуде учесника који се физички у њој и налазе, код APX тржишта је могуће давати понуде за било коју област без обзира у којој се области понуђач конкретно налази.

#### 4.3. EPEX Spot

Намена EPEX Spot тржишта је постепено успостављање пан Европског тржишта електричне енергије за унутар дневну и трговину за дан унапред. Главна идеја за оснивање оваквог тржишта је стварање једне велике области у којој ће разлике у ценама између подобласти бити постављане и координисане помоћу транспарентног механизма. Тренутно ово тржиште ради на подручју централне Европе, односно у њега су укључена Француска, Аустрија, Немачка и Швајцарска. У циљу успостављања јединственог Европског тржишта на аукцијама у оквиру тржишта за дан унапред преко Немачке могу учествовати и Нордиске области, а преко Француске и земаља Бенелукса и Велика Британија.

Учесници на тржишту поред аукција за сваки сат посебно могу поднети понуде у облику блока. Блокови се користе да би се спојили интервали од неколико сати у једну понуду, која је најчешће типа све или ништа. То значи да ако се блок прихвати мора се прихватити у целости на комплетном интервалу или се у целости одбија. На овом тржишту, за разлику од Nord Pool Spot, блокови су никог приоритета у односу на понуде на сатном нивоу. Количина електричне енергије која се купује/продaje неким блоком може да се мења за сваки сат блока. Да ли ће се неки блок прихватити првенствено зависи од цене по којој се блок нуди. Наиме цена блока се пореди са усредњеном ценом на тржишту за целокупан интервал трајања

блока.

За сваку земљу која учествује на овом тржишту се посебно прописује колике су максималне снаге које се могу поднети као блокови, као и колики је максимални број блокова које свака страна може поднети.

У Француској и Швајцарској постоји само по једна зона испоруке коју контролишу одговарајући оператори преносних система. Немачка и Аустрија су издељене на више зона која свака има свог оператора преносног система који је задужен за испоруку електричне енергије са тржишта.

И на овом тржишту алгоритам који одређује цену тежи ка повећању општег добра и смањивању загушења [116]. EPEX Spot задржава право одбацивања једног или више блокова у случају да ти блокови стварају проблеме при употреби алгоритма.

#### 4.4. GME

Као и код других тржишта и на овом тржишту се све понуде и потражње подносе на једном месту након чега се праве агрегисане криве на основу којих се одређује цена електричне енергије. Учешће на Италијанском тржишту се заснива на добровољној бази, односно куповина и продаја електричне енергије се може обавити и помоћу билатералних трансакција (*over the counter* - ОТС). Билатералним уговорима продавци и купци сами договарају количину и цену електричне енергије са којом ће трговати. Али уговорне стране су у обавези да уговоре предају оператору преносног система да би се проверила изводљивост тог уговора. Односно, да ли реализација те трансакције доводи до загушења у мрежи.

Италијанско тржиште од 1 новембра 2009. године омогућава склапање дугорочних уговор што није честа пракса на другим Европским тржиштима [117]. Италијанско тржиште за дан унапред ради на принципу имплицитних аукција.

За разлику од других Европских тржишта, Италијанско тржиште није само финансијског карактера. Поред цене и количине електричне енергије која се жели продати/купити, на овом тржишту је неопходно навести и конкретну локацију у којој ће се вршити убацивање односно извлачење енергије.

Ради обезбеђивања веће сигурности, Италијански електроенергетски систем је подељен у више области. Ради лакше идентификације и отклањања загушења, које може бити било последица тржишта или прихваћених билатералних уговора, у GME IT-платформи се користи само упрошћена шема електроенергетског система.

ма Италије. Та шема садржи само најзначајније водове, тј. повезне водове између суседних области и интерконективне водове са другим државама.

При одређивању цене, у случају постојања загушења алгоритам дели тржиште на две области. Једну област чине извозна област заједно са свим „узводним“ облас-тима од загушеног вода, док другу област чине увозна и све области „низводно“ од загушеног вода. У свакој од нових области се понавља стандардни алгоритам укрштања агрегисаних кривих понуда и потражње које се формирају само од понуда из те области, при томе уважавајући и максималне количине електричне енергије које се могу увести или извести из те области. За сваку од области се рачуна маргинална цена, и она је већа у увозној области а мања у извозној области. Ако којим случајем и оваква расподела проузрокује загушење неког вода, област у којој се десило загушење се дели на два дела и поступак се понавља докле год се не задовоље сигурносни критеријуми.

#### **4.5. Србија**

Поред стандардног унутардневног и тржишта за дан унапред, оператор преносног система републике Србије (ЕМС) у договору са операторима преносних система суседних држава омогућава и дугорочну куповину (на месечном и годишњем нивоу) [118-121]. У правилницима је дефинисано тачно време до којег је неопходно потврдити годишње или месечне алокације прекограницких капацитета, после кога се тај капацитет ослобађа у случају да страна која га је резервисала не потврди његово коришћење, према принципу „искористи или изгуби“ (*use it or lose it*). Једини изузетак представља капацитет који је резервисан за испоруку балансне енергије.

Прекограницни капацитет на свим интерконективним водовима се додељује помоћу експлицитних аукција. Сваки учесник на тржишту може да поднесе захтев за максимално 150 MW на годишњем и месечном нивоу на Српско – Мађарској граници [118]. На Српско – Румунској граници могуће је резервисати до 50% расположивог преносног капацитета [121]. Док је на Српско – Бугарској граници могуће резервисати целокупни расположиви преносни капацитет [120]. На Српско – Хрватској граници сваки учесник може да поднесе више пријава које су независне једна од друге. На овој граници постоји само доње ограничење по снази пријаве и оно износи 1 MW (ово ограничење важи и за све друге границе) [119].

На дневном и унутардневном нивоу горњу границу понуда представља расположиви преносни капацитет на свим границама [122-125].

После затварања тржишта све понуде се ређају према опадајућем редоследу за границу и смер. Ако понуда која се разматра заједно са већ прихваћеним понудама не прелази вредност прекограницног капацитета, таква понуда се прихвата. У супротном, ако прелази границе прекограницног капацитета таква понуда ће се прихватити за умањени износ. У случају постојања две или више понуда са истом ценом, при чему збир свих понуда заједно са прихваћеним понудама превазилази расположиви прекограницни капацитет, све понуде се прихватају за умањени износ ако тржиштот управља ЕМС. У случају да оператори преносних система суседних земаља управљају тржиштем за случај постојања више понуда са истом ценом а које заједно са претходно прихваћеним понудама доводе до загушења интерконективних водова прихвата се понуда која је раније поднета.

Ако прихваћене понуде не изазивају загушење тада је цена коришћења тих водова једнака нули. У супротном, ако се догоди загушење цену одређује понуда која је последња прихваћена.

## **5. МЕТОДЕ ОДРЕЂИВАЊА РАСПОЛОЖИВОГ ПРЕНОСНОГ КАПАЦИТЕТА**

У овом поглављу ће бити описане различите методе за израчунавање вредности ATC-а. Употребом метахеуристичких метода оптимизације и комбиновањем описаних метода формирана је нова метода за израчунавање ATC-а свих типова трансакција. Поред овог проблема предложени алгоритам може да се примени и за решавање загушења што ће се касније детаљно изложити.

### **5.1. Одређивање коефицијената расподеле токова снага по водовима**

Фактор расподеле токова снага (PTDF) указује колико ће се променити снага на неком елементу електроенергетског система услед убацања снаге у један чвор и извлачења исте количине снаге из другог чвора. Другим речима, помоћу овог фактора је могуће одредити колики ће проценат снаге разматране трансакције тећи по сваком елементу мреже. Ови коефицијенти зависе од топологије мреже, од понашања елемената који контролишу ток снаге кроз мрежу [52], као и од тренутног радног стања. То значи да се ови коефицијенти мењају са сваким испадом, када год контролни елементи достигну неко од својих ограничења, као и када се про мене распореди убацања и извлачења снаге из мреже. Baldic [126] је показао да грешка услед уважавања DC модела мреже при израчунавању PTDF-а при одређеним условима износи свега 5%. Овако мала грешка се постиже само ако постоји могућност одржавања напона на свим сабирницама система на константној вредности, тј. да се сваки чвор осим референтног посматра као PV чвор. Поред овога усвојена је претпоставка, која у реалним условима није прихватљива, да је сваки елемент у преносном систему искоришћен максимално 60%. У раду се исто наводи да ако ови услови нису испуњени одступање између PTDF-а израчунатих помоћу DC методе и стварних коефицијената осетљивости може да буде значајно.

Главни узроци ових грешака се могу грубо класификовати у три категорије:

- a) занемаривање губитака снаге по водовима;
- b) занемаривање токова реактивних снага;
- c) занемаривање напонских профиле у преносној мрежи.

Методе засноване на DC PTDF-у су брзе али непрецизне, управо због поменутих упрошћења. Са друге стране, методе које се заснивају на AC PTDF-у користе

изводе у околини тренутне радне тачке и могу проузроковати грешку при рачунању ATC-а због померања радне тачке система. Такође, рачунањем ATC-а помоћу ових коефицијената занемарују се напонска ограничења као и ограничења генератора [127]. Међутим ове методе су корисне за оквирни приказ максималне снаге размене трансакција. Управо ова чињеница је искоришћена за алгоритам који ће бити описан касније, који за разлику од методе предложене у [18] не узима превелику вредност максималног могућег преноса снаге између разматраних чворова и избегава рад са пенализационим факторима.

### 5.1.1. AC метода

За трансакцију између чворова  $m$  и  $n$ , при чему  $m$  може да представља скуп чворова из којих се врши снабдевање а  $n$  скуп чворова којем се допрема електрична енергија, снага трансакције се може обележити са  $\Delta P_{mn}$ . Ова снага ће проузроковати промену тока снаге на воду  $ij$ , која се може обележити са  $\Delta P_{ij}$ . AC коефицијенте расподеле токова снага је могући израчунати на следећи начин:

$$ACPTDF_{ij,mn} = \frac{\Delta P_{ij}}{\Delta P_{mn}}. \quad (5.1)$$

Да би се избегло непотребно израчунавање токова снага за сваку трансакцију PTDF се могу израчунати помоћу коефицијената осетљивости, тј. помоћу Јакобијана који је израчунат у последњој итерацији Њутн-Рапсоновог (N-R) прорачуна токова снага. Компоненте Јакобијана које су неопходне за N-R прорачун токова снага се могу извести из мешовите форме једначина ињектирања [128]:

$$P_i = \sum_{k=1}^n U_i U_k (G_{ik} \cos(\theta_i - \theta_k) + B_{ik} \sin(\theta_i - \theta_k)), \quad (5.2)$$

$$Q_i = \sum_{k=1}^n U_i U_k (G_{ik} \sin(\theta_i - \theta_k) - B_{ik} \cos(\theta_i - \theta_k)). \quad (5.3)$$

Где  $n$  представља укупан број чворова посматране мреже,  $P_i$  и  $Q_i$  представљају активну и реактивну снагу ињектирања у чвор  $i$ ,  $U_i$  је амплитуда напона у чвору  $i$ .  $\theta_i$  је фазни угао напона у чвору  $i$ , док су  $G_{ij}$  и  $B_{ij}$  реални и имагинарни део елемената  $Y_{ij}$  матрице адмитанси чворова.

Коришћењем Тјелоровог развоја, промена у тока снаге за било који чвор преносног система се може приказати у форми Јакобијана:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta U \end{bmatrix}, \quad (5.4)$$

при чему се делови Јакобијана могу израчунати на следећи начин:

$$[J_1] = \frac{\partial P}{\partial \theta}; \quad [J_2] = \frac{\partial P}{\partial U}; \quad [J_3] = \frac{\partial Q}{\partial \theta}; \quad [J_4] = \frac{\partial Q}{\partial U}. \quad (5.5)$$

Детаљно извођење свих делова Јакобијана је приказано у [128]. Из једначине (5.4) могуће је добити промене угла и амплитуде напона чврова помоћу инверзне вредности Јакобијана.

$$\begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta U \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}. \quad (5.6)$$

Да би се израчунали АС PTDF неопходно је извести изразе за осетљивост промене токова снага по водовима са променом угла и амплитуда напона чврова мреже. Ове осетљивости се добијају налажењем првог извода једначине (5.7) по углу и амплитуди напона. Једначина (5.7) представља ток снаге по воду  $ik$ .

$$P_{ik} = U_i^2 (g_{i0} + g_{ik}) - U_i U_k (g_{ik} \cos(\theta_i - \theta_k) + b_{ik} \sin(\theta_i - \theta_k)). \quad (5.7)$$

Где је  $g_{i0}$  реалан део шант адмитанса у чвиру  $i$ ,  $g_{ik}$  и  $b_{ik}$  реалан и имагинаран део адмитанса гране  $ik$ . Употребом Тейлоровог развоја и занемаривањем виших чланова, промена у току активне снаге се може израчунати помоћу:

$$\Delta P_{ik} = \frac{\partial P_{ik}}{\partial \theta_i} \Delta \theta_i + \frac{\partial P_{ik}}{\partial \theta_k} \Delta \theta_k + \frac{\partial P_{ik}}{\partial U_i} \Delta U_i + \frac{\partial P_{ik}}{\partial U_k} \Delta U_k. \quad (5.8)$$

Коефицијенти осетљивости који се појављују у изразу (5.8) се одређују помоћу парцијалних извода тока активне снаге по углу и амплитуди напона, односно:

$$\frac{\partial P_{ik}}{\partial \theta_i} = -U_i U_k (-g_{ik} \sin(\theta_i - \theta_k) + b_{ik} \cos(\theta_i - \theta_k)), \quad (5.9)$$

$$\frac{\partial P_{ik}}{\partial \theta_k} = -U_i U_k (g_{ik} \sin(\theta_i - \theta_k) - b_{ik} \cos(\theta_i - \theta_k)), \quad (5.10)$$

$$\frac{\partial P_{ik}}{\partial U_i} = 2U_i (g_{i0} + g_{ik}) - U_k (g_{ik} \cos(\theta_i - \theta_k) + b_{ik} \sin(\theta_i - \theta_k)), \quad (5.11)$$

$$\frac{\partial P_{ik}}{\partial U_k} = -U_i (g_{ik} \cos(\theta_i - \theta_k) + b_{ik} \sin(\theta_i - \theta_k)). \quad (5.12)$$

Једначину (5.8) је могуће написати и у матричној форми.

$$\Delta P_{ik} = \left[ \frac{\partial P_{ik}}{\partial \theta_2}, \dots, \frac{\partial P_{ik}}{\partial \theta_n}, \frac{\partial P_{ik}}{\partial U_{g+1}}, \dots, \frac{\partial P_{ik}}{\partial U_n} \right] \begin{bmatrix} \Delta \theta_2 & \dots & \Delta \theta_n & \Delta U_{g+1} & \dots & \Delta U_n \end{bmatrix}^T. \quad (5.13)$$

Када се посматра само билатерална трансакција између продавца који се налази у чвиру  $m$  и купца који се налази у чвиру  $n$ , промена снаге ињектирања се може представити додавањем снаге трансакције ( $P_t$ ) на одговарајуће место у изразу (5.6). Односно  $\Delta P_m = P_t$ ,  $\Delta P_n = -P_t$ . Сада се за промену тока снаге по воду  $ik$  услед постојања трансакције између чворова  $m$  и  $n$  може писати следећи:

$$\Delta P_{ik} = \left[ \frac{\partial P_{ik}}{\partial \theta_2}, \dots, \frac{\partial P_{ik}}{\partial \theta_n}, \frac{\partial P_{ik}}{\partial U_{g+1}}, \dots, \frac{\partial P_{ik}}{\partial U_n} \right] [J]^{-1} [0 \ \dots \ +P_t \ 0 \ \dots \ -P_t]^T, \quad (5.14)$$

$$\Delta P_{ik} = ACPTDF_{ik,mn} \cdot P_t.$$

Ове коефицијенте је неопходно израчунати за све водове, за исти пар учесника трансакције. У дерегулисаном октужењу све је више трансакција које се дешавају истовремено и све више учесника је укључено у њих. Када се ATC одређује за више од једне истовремене трансакције, такав ATC се зове мултилатерални ATC. Поступак израчунавања PTDF-а је идентичан горе описаном поступку, једина разлика се огледа у матрици ињектирања снага. Ако се посматрају истовремене билатералне трансакције потребно је на одговарајуће локације унети снаге трансакције са знаком „+“ за чвр из кога се продаје и са знаком „-“ за чвр у коме се купује електрична енергија.

$$\Delta P = [0 \ P_{t1} \ \dots \ -P_{t2} \ 0 \ P_{t2} \ \dots \ -P_{tn} \ 0]^T. \quad (5.15)$$

Када је потребно одредити максималну снагу која се може пренети између зона, уместо уношења различитих снага у израз (5.15), у вектор је потребно унети само процентуални удео сваког чвора у снази трансакције. Изразом (5.16) је приказан случај за снабдевање групе потрошача ( $r$ ,  $s$  и  $t$ ) из два извора који се налазе у чвровима  $m$  и  $n$ .

$$\Delta P = [0 \ (m) 0.4 \ (n) 0.6 \ \dots \ (r) -0.2 \ (s) -0.3 \ (t) -0.5 \ \dots \ 0]^T. \quad (5.16)$$

Да би у (5.14) матично множење било могуће из вектора колоне разлика ињектирања активних снага треба избацити елемент који одговара референтном чвиру и допунити га са одговарајућим бројем нула. Овај вектор се допуњује са онолико нула колико има PQ чврова у мрежи, што практично значи да се куповина реактивне снаге помоћу трансакција не разматра.

### 5.1.2. DC метода

Да би се извели изрази за DC PTDF прво је потребно израчунати *shift* факторе. Због упрощења која важе за DC модел мреже, сви коефицијенти се могу извести из следећег израза:

$$\boldsymbol{\theta} = [X] \times \boldsymbol{P}. \quad (5.17)$$

Коришћењем исте једначине, због линеарности DC модела мреже, могуће је израчунати промену угла,  $\Delta\boldsymbol{\theta}$ , која настаје за задати скуп промена снага ињектирања  $\Delta\boldsymbol{P}$ .

$$\Delta\boldsymbol{\theta} = [X] \times \Delta\boldsymbol{P}. \quad (5.18)$$

У једначини (5.17) усвојено је да је снага референтног чвора једнака суми снага ињектирања свих осталих чворова система. Слично важи и за једначину (5.18), укупна промена у референтном чвиру одговара суми промена у свим осталим чворовима система. Да би се израчунао *shift* фактор за чвр  $i$ , потребно је уписати +1 на  $i$ -ту позицију вектора  $\Delta\boldsymbol{P}$  док се на свим осталим позицијама уписује 0. Помоћу овога се може израчунати промена фазних ставова напона.

$$\Delta\boldsymbol{\theta} = [X] \begin{bmatrix} +1 \\ -1 \end{bmatrix} \begin{array}{l} i\text{-ти ред} \\ \text{реф.ред} \end{array}. \quad (5.19)$$

Вектор промена снага ињектирања у изразу (5.19) представља случај повећања снаге у чвиру  $i$  и смањења снаге у референтном чвиру. Због овога су вредности вектора  $\Delta\boldsymbol{\theta}$  једнаке изводу угла по скази ињектирања у чвр  $i$  [129]. На основу овога тражени коефицијенти осетљивости се рачунају помоћу следећег израза:

$$a_{mn,i} = \frac{\partial P_{mn}}{\partial P_i} = \frac{\partial}{\partial P_i} \left( \frac{1}{x_{mn}} (\theta_m - \theta_n) \right) = \frac{1}{x_{mn}} \left( \frac{\partial \theta_m}{\partial P_i} - \frac{\partial \theta_n}{\partial P_i} \right) = \frac{1}{x_{mn}} (X_{mi} - X_{ni}), \quad (5.20)$$

где је  $X_{ni}$   $n$ -ти елемент вектора  $\Delta\boldsymbol{\theta}$ , односно то је елемент матрице импеданси чворова на позицији ( $n, i$ ), а  $x_{mn}$  је реактанса вода  $mn$ . DC PTDF за вод  $ik$  и трансакцију из чвора  $m$  у чвр  $n$  се сада могу израчунати помоћу израза [130]:

$$PTDF_{ik,mn} = a_{ik,m} \cdot \text{sign}(P_m) + a_{ik,n} \cdot \text{sign}(P_n), \quad (5.21)$$

где је са sign означена сигнум функција. Пошто се куповина врши из чвора  $m$  то значи да ће  $\text{sign}(P_m)$  бити позитиван, а  $\text{sign}(P_n)$  негативан, односно [131]:

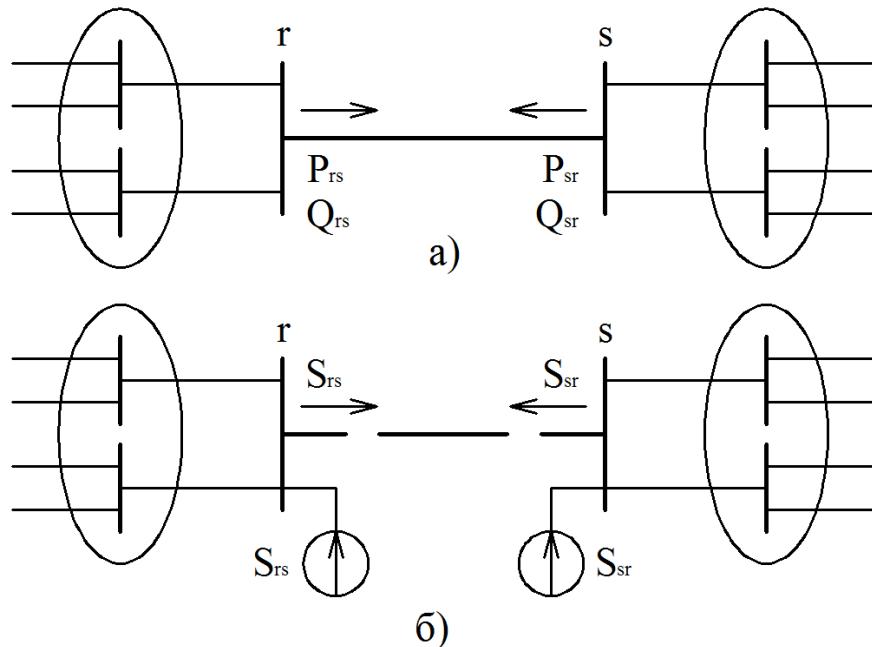
$$PTDF_{ik,mn} = a_{ik,m} - a_{ik,n} = \frac{X_{im} - X_{km} - X_{in} + X_{kn}}{x_{ik}}. \quad (5.22)$$

## 5.2. Одређивање коефицијената расподеле токова снага по водовима услед испада елемената

Поред посматрања ограничења преноса када су сви елементи у функцији ( $n=0$  стање), преносни систем мора да остане у дозвољеним границама рада и приликом непланираних испада водова или трансформатора. Тестирање преносног система на преоптерећења када се догоди испад једног елемента се назива  $n-1$  критеријум сигурности. Генерално гледано, преносне мреже су прављене тако да могу да поднесу све могуће комбинације испада једног елемента и понеки критични дупли испад. Када се догоди испад неког елемента, снага која је текла по том елементу се распоређује по осталим елементима преносног система. Коефицијенти осетљивости који указују на количину снаге која ће додатно тећи неким елементом преносног система приликом испада неког другог елемента се могу одредити на два начина. Одабрани модел мреже, DC или AC, дефинише који ће се од ова два начина одабрати.

### 5.2.1. AC метода

На слици 5.1 а) је приказан део преносног система пре испада вода који повезује чврлове  $r$  и  $s$ . Док је на слици 5.1 б) приказано стање после испада овог вода. Симулирање испада посматране гране би захтевало промену матрице адмитанси



Слика 5.1. а) Стање пре испада вода, б) Стање после испада вода.

чвррова, што би даље проузроковало промену Јакобијана. Овакав процес је временски веома захтеван, поготово ако се ради са великим преносним системима. Са друге стране, испад било ког вода је могуће симулирати помоћу два фиктивна генератора који су повезани на чврлове  $r$  и  $s$ , и помоћу вода између посматраних чвррова који има исте карактеристике као и испали вод. Уважавајући ову претпоставку елементи матрице адмитанси чвррова се неће мењати, као ни елементи Јакобијана и коефицијенти осетљивости токова снаге по водовима.

Постављањем снага ињектирања фиктивних генератора на вредности токова снага које су постојале на крајевима испалог вода пре испада добија се нулти ток снаге на испалом воду. Промена у активној и реактивној снази после испада вода који је спајао чврлове  $r$  и  $s$  може се представити на следећи начин:

$$\Delta P_r = P_{rs}^0, \quad \Delta P_s = P_{sr}^0, \quad (5.23)$$

$$\Delta Q_r = Q_{rs}^0, \quad \Delta Q_s = Q_{sr}^0. \quad (5.24)$$

Ако се (5.23) и (5.24) посматрају као елементи вектора дисбаланса снаге ињектирања, промену фазних ставова и амплитуда напона чвррова је могуће израчунати помоћу (5.6). Помоћу нових вредности фазних ставова и амплитуда напона, који се рачунају помоћу (5.25), могуће је израчунати нове токове снаге по гранама преносне мреже.

$$\begin{aligned} \theta_{i,rs} &= \theta_{i,0} + \Delta\theta_{i,rs}, \\ U_{i,rs} &= U_{i,0} + \Delta U_{i,rs}. \end{aligned} \quad (5.25)$$

Познавајући промену тока снаге по воду услед испада гране која спаја чврлове  $r$  и  $s$  могуће је одредити коефицијенте расподеле токова снага по гранама преносне мреже услед испада елемената (*line outage distribution factor – LODF*):

$$LODF_{ij,rs} = \frac{P_{ij} - P_{ij,rs}}{P_{rs}^0}. \quad (5.26)$$

### 5.2.2. DC метода

Као и код АС модела мреже, тако се и код DC модела испад вода моделује помоћу два извора прикључена на чврлове испалог вода. Тиме се вод оставља у мрежи и избегава формирање нове матрице адмитанси чвррова, али се одговарајућим снагама ињектирања постиже нулти ток на испалом воду што је еквивалентно ефекту испада вода. Нека се посматра вод између чвррова  $r$  и  $s$ , слика 5.1 а).

Испали вод ће бити изолован и по њему неће течи снага. На слици 5.1 б) је приказан идентичан ефекат помоћу фиктивних генератора. За разлику од AC модела мреже, код DC модела губици активне снаге се не узимају у обзир па је снага на почетку вода идентична сази на крају вода. Ефекат нултог тока по воду  $rs$  се постиже ињектирањем снаге  $\Delta P_r = P_{rs,novo}$  у чвор  $r$  и снаге  $\Delta P_s = -P_{rs,novo}$  у чвор  $s$ . Убацивањем снага фиктивних генератора у вектор дисбаланса снага ињектирања и заменом у израз (5.18) добија се:

$$\Delta \boldsymbol{\theta} = [\mathbf{X}] \times [\dots \quad \Delta P_r \quad \dots \quad \Delta P_s \quad \dots]^T. \quad (5.27)$$

Из овог израза се даље добија:

$$\begin{aligned} \Delta \theta_r &= X_{rr} \Delta P_r + X_{rs} \Delta P_s, \\ \Delta \theta_s &= X_{sr} \Delta P_r + X_{ss} \Delta P_s. \end{aligned} \quad (5.28)$$

При чему  $\theta_r$ ,  $\theta_s$  и  $P_{rs}$  представљају величине пре испада,  $\Delta \theta_r$ ,  $\Delta \theta_s$  и  $\Delta P_{rs}$  представљају промену проузроковану испадом гране  $rs$ ,  $\theta_{r,novo}$ ,  $\theta_{s,novo}$  и  $P_{rs,novo}$  су ознаке за одговарајуће величине после испада. Међусобна веза између снага ињектирања у посматране чворове  $r$  и  $s$  се може описати на следећи начин:

$$\Delta P_r = -\Delta P_s = P_{rs,novo} = \frac{1}{x_{rs}} (\theta_{r,novo} - \theta_{s,novo}). \quad (5.29)$$

Имајући ово у виду израз (5.28) постаје:

$$\begin{aligned} \Delta \theta_r &= (X_{rr} - X_{rs}) \Delta P_r, \\ \Delta \theta_s &= (X_{sr} - X_{ss}) \Delta P_r. \end{aligned} \quad (5.30)$$

Промена фазних сатавова се рачуна помоћу следећег израза:

$$\begin{aligned} \theta_{r,novo} &= \theta_r + \Delta \theta_r, \\ \theta_{s,novo} &= \theta_s + \Delta \theta_s. \end{aligned} \quad (5.31)$$

Комбиновањем израза (5.29) – (5.31) добија се:

$$P_{rs,novo} = \frac{1}{x_{rs}} (\theta_r - \theta_s) + \frac{1}{x_{rs}} (\Delta \theta_r - \Delta \theta_s) = P_{rs} + \frac{1}{x_{rs}} (X_{rr} + X_{ss} - 2X_{rs}) \Delta P_r. \quad (5.32)$$

Уважавајући чињеницу да је  $P_{rs,novo} = \Delta P_r$  добија се:

$$\Delta P_r = \frac{P_{rs}}{1 - \frac{1}{x_{rs}} (X_{rr} + X_{ss} - 2X_{rs})}. \quad (5.33)$$

Нека се са  $\delta$  означи коефицијент осетљивости који представља однос промене фазног угла  $\theta$ , било ког чвора у систему, и тока снаге по воду  $rs$  пре његовог

испада, односно:

$$\delta_{i,rs} = \frac{\Delta\theta_i}{P_{rs}}. \quad (5.34)$$

За случај да  $r$  и  $s$  нису референтни чвророви, промена угла у чврору  $i$  се добија из једначине (5.27):

$$\Delta\theta_i = X_{ir}\Delta P_r + X_{is}\Delta P_s. \quad (5.35)$$

Уважавајући однос између  $\Delta P_r$  и  $\Delta P_s$ , коефицијент осетљивости  $\delta$  се може писати у следећем облику:

$$\delta_{i,rs} = \frac{(X_{ir} - X_{is})x_{rs}}{x_{rs} - (X_{rr} + X_{ss} - 2X_{rs})}. \quad (5.36)$$

Сада је могуће дефинисати DC LODF за воду  $ij$  приликом испада вода  $rs$  [129]:

$$LODF_{ij,rs} = \frac{\Delta P_{ij}}{P_{rs}} = \frac{1}{x_{ij}} \left( \frac{\Delta\theta_i}{P_{rs}} - \frac{\Delta\theta_j}{P_{rs}} \right) = \frac{1}{x_{ij}} (\delta_{i,rs} - \delta_{j,rs}). \quad (5.37)$$

Ако  $i$  и  $j$  нису референтни чвророви израз (5.37) добија коначну форму:

$$LODF_{ij,rs} = \frac{1}{x_{ij}} \frac{(X_{ir} - X_{is})x_{rs} - (X_{jr} - X_{js})x_{rs}}{x_{rs} - (X_{rr} + X_{ss} - 2X_{rs})} = \frac{x_{rs}}{x_{ij}} \frac{X_{ir} - X_{is} - X_{jr} + X_{js}}{x_{rs} - (X_{rr} + X_{ss} - 2X_{rs})}. \quad (5.38)$$

### 5.3. Одређивање ATC-а за базно стање мреже

Метода за израчунавање ATC-а помоћу описаних коефицијената осетљивости (PTDF) се врши на исти начин без обзира на који су начин ови коефицијенти израчунати. Да би се одредио ATC потребно је познавати термална ограничења водова као и токове активних снага за базно стање који се добија после прорачуна токова снага, DC или N-R методом. Сада је за сваку грану преносног система потребно одредити колико износи максимална снага трансакције која ту грану доводи до термалног ограничења [1, 130]:

$$ALC_{ij,mn} = \begin{cases} \frac{P_{ij,max} - P_{ij}}{PTDF_{ij,mn}} & PTDF_{ij,mn} > 0, \\ \infty & PTDF_{ij,mn} = 0, \\ \frac{-P_{ij,max} - P_{ij}}{PTDF_{ij,mn}} & PTDF_{ij,mn} < 0. \end{cases} \quad (5.39)$$

У изразу (5.39)  $P_{ij}$  представља ток снаге по воду  $ij$ ,  $P_{ij,max}$  је термално ограничење воде  $ij$ .  $ALC_{ij,mn}$  представља максималну снагу која се може пренети трансакцијом

а која ће узроковати достизање термалног ограничења вода  $ij$ . За разматрану трансакцију максимална снага преноса се одређује на следећи начин:

$$ATC_{mn} = \min_{ij \in N_l} ALC_{ij,mn}, \quad (5.40)$$

где  $N_l$  представља скуп свих грана преносног система.

#### 5.4. Одређивање ATC-а са испадима

Према дефиницији ATC-а потребно је уважити одређену дозу несигурности приликом израчунавања ове величине [1]. Утицај испада водова на максималну висину преноса неке трансакције треба уважити пошто се они не могу предвидети. У [52] је показано да вредност ATC-а сваке трансакције опада са испадом било ког вода. Када се разматрају испади водова, ATC је могуће добити комбинацијом коефицијената осетљивости, PTDF и LODF. Услед постојања трансакције између чвора/области  $m$  и чвора/области  $n$  промена тока снаге на воду који спаја чворове  $r$  и  $s$  износи:

$$\Delta P_{rs}^{novo} = PTDF_{rs,mn} \cdot P_{trans mn}. \quad (5.41)$$

Када се дододи испад вода који спаја чворове  $r$  и  $s$  део снаге који је противодио по том воду ће се распоредити по свим водовима преносне мреже. За промену тока снаге по воду који спаја чворове  $i$  и  $j$ , уз присуство трансакције из чвора/области  $m$  у чвор/област  $n$  и испада вода  $rs$  може се писати следеће:

$$\Delta P_{ij,rs}^{novo} = (PTDF_{ij,mn} + LODF_{ij,rs} \cdot PTDF_{rs,mn}) \cdot P_{trans mn}. \quad (5.42)$$

На основу свега реченог ATC за трансакцију из чвора/области  $m$  у чвор/област  $n$  је могуће израчунати на следећи начин:

$$ATC_{mn,rs} = \begin{cases} \frac{P_{ij,max} - P_{ij}}{imenilac} & imenilac > 0, \\ \infty & imenilac = 0, \\ \frac{-P_{ij,max} - P_{ij}}{imenilac} & imenilac < 0, \end{cases} \quad (5.43)$$

$$imenilac = PTDF_{ij,mn} + LODF_{ij,rs} \cdot PTDF_{rs,mn}.$$

Да би се добила коначна вредност ATC-а за посматрану трансакцију потребно је извршити описане порорачуне за све могуће испаде и извршити поређење добијених резултата, односно:

$$ATC = \min(ATC_{mn}, ATC_{mn,rs}). \quad (5.44)$$

## 5.5. Уважавање тока реактивне снаге у линеарном моделу мреже

Један од већих недостатака линеарног ATC-а је занемаривање тока реактивне снаге по елементима преносне мреже, што може проузроковати велике грешке у рачунању вредности ATC-а. Да би се та грешка смањила потребно је на неки начин уважити токове реактивних снага у линеарни модели мреже [29, 30]. Нека се разматра  $\pi$  заменска шема вода приказана на слици 5.2.

Комплексни ток снаге посматрано од чвора  $j$  ка чвору  $k$  је једнак:

$$\begin{aligned} P_{jk} + jQ_{jk} &= V_j^2 G_{jk} - V_j V_k Y_{jk} \cos(\theta_j - \theta_k + \alpha_{jk}) \\ &- (V_j^2 B_{jj} + V_j^2 B_{jk} + V_j V_k Y_{jk} \sin(\theta_j - \theta_k + \alpha_{jk})). \end{aligned} \quad (5.45)$$

где су  $V_j$ ,  $V_k$ ,  $\theta_j$  и  $\theta_k$  амплитуде и фазни ставови напона чворова  $j$  и  $k$ ,  $Y_{jk}$  и  $\alpha_{jk}$  су амплитуда и угао адмитансе гране  $jk$  ( $G_{jk} + jB_{jk} = 1/(R_{jk} + jX_{jk})$ ). Раздвајањем једначине (5.45) на реални и имагинарни део и преуређивањем добија се:

$$P_{jk} - V_j^2 G_{jk} = -V_j V_k Y_{jk} \cos(\theta_j - \theta_k + \alpha_{jk}), \quad (5.46)$$

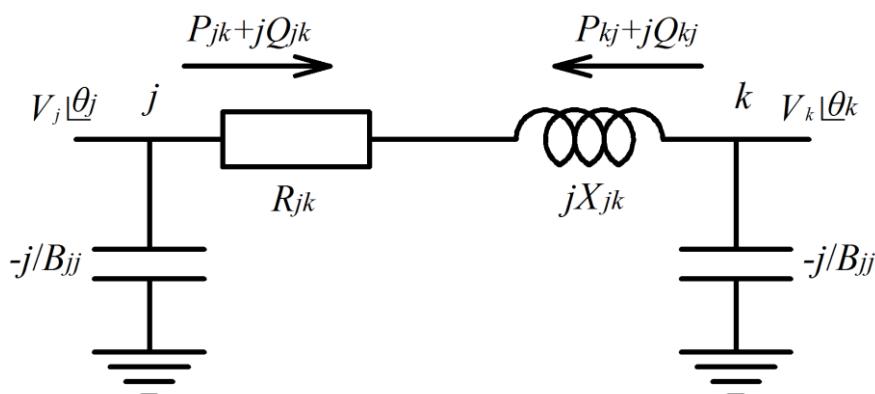
$$Q_{jk} + V_j^2 B_{jj} + V_j^2 B_{jk} = -V_j V_k Y_{jk} \sin(\theta_j - \theta_k + \alpha_{jk}). \quad (5.47)$$

Квадрирањем обе стране једначина (5.46) и (5.47) и њиховим сабирањем добија се:

$$(P_{jk} - V_j^2 G_{jk})^2 + (Q_{jk} + V_j^2 B_{jj} + V_j^2 B_{jk})^2 = (V_j V_k Y_{jk})^2. \quad (5.48)$$

Усваја се претпоставка да се за билатералну трансакцију између чворова  $s$  и  $i$  напони на сабирницама  $j$  и  $k$  неће мењати, односно важи  $\partial V_j / \partial P_i = 0$  и  $\partial V_k / \partial P_i = 0$ , где  $P_i$  представља снагу трансакције. Из усвојене претпоставке произилази да једначина (5.48) представља једначину круга у  $P-Q$  равни, са центром у:

$$(P_{jk,0}, Q_{jk,0}) = (V_j^2 G_{jk}, -V_j^2 B_{jj} - V_j^2 B_{jk}), \quad (5.49)$$



Слика 5.2.  $\pi$  заменска шема вода.

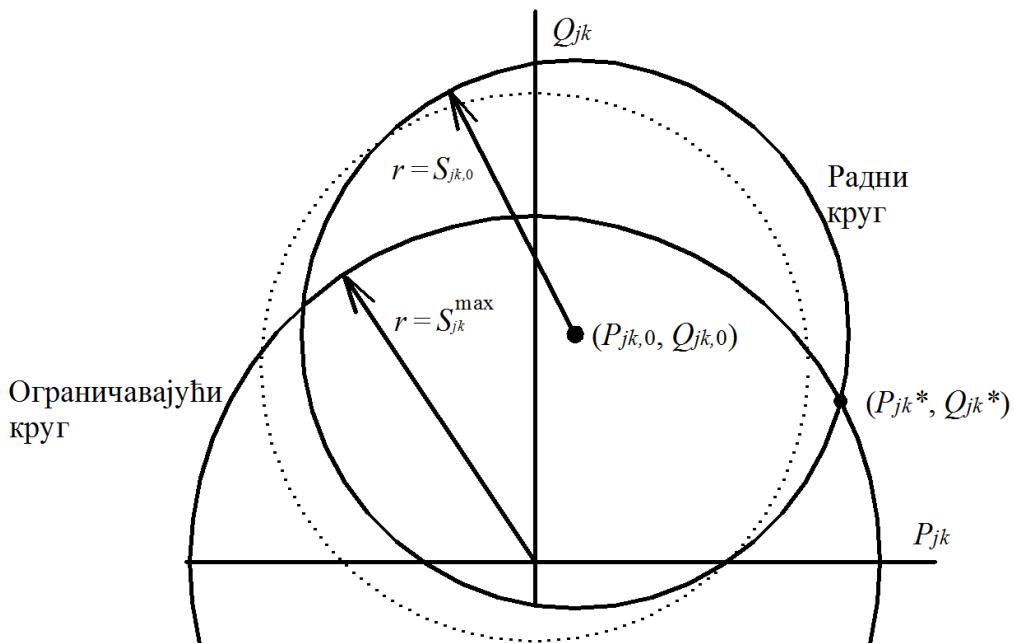
и пречником:

$$S_{jk,0} = V_j V_k Y_{jk}. \quad (5.50)$$

Ако се амплитуда напона значајно не мења током трајања трансакције, токови активне и реактивне снаге су повезани једначином круга:

$$(P_{jk} - P_{jk,0})^2 + (Q_{jk} - Q_{jk,0})^2 = S_{jk,0}^2. \quad (5.51)$$

Генерално гледано, исте једначине би требало написати за исти вод али посматрано од чвора  $k$ . Ако се посматра AC модел мреже центар круга се неће налазити у истој тачки пошто  $P_{jk,0} \neq P_{kj,0}$  и  $Q_{jk,0} \neq Q_{kj,0}$ . Међутим, полупречник оба круга је идентичан. Са повећањем снаге трансакције, мењаће се и ток снаге по посматраном воду, при чему се сва изводљива радна стања у  $P_{jk}-Q_{jk}$  равни налазе на кругу који је дефинисан једначином (5.51), а који се зове и радни круг. У овој равни, термално ограничење преносног вода је представљено помоћу круга чији се центар налази у координатном почетку, док је полупречник дефинисан максималном снагом вода  $S_{jk}^{max}$ . Овај круг може да се назове и ограничавајућим кругом и приказан је на слици 5.3. Ако се користи DC модел мреже, центар радног круга ће се налазити на Q оси због занемаривања шант елемената у чвровима мреже, испрекидани круг на слици 5.3. Коришћењем  $\pi$  заменске шеме, AC модел мреже, центар радног круга ће бити померен док ће му пречник остати исти као код DC модела. Пошто је ток привидне снаге по воду ограничен пресеком радног и ограничавају-



Слика 5.3. Радни и ограничавајући круг вода.

ћег круга, максималан ток снаге по воду  $jk$  одговара тачки  $(P_{jk}^*, Q_{jk}^*)$ , слика 5.3. Постоје два могућа решења за  $P_{jk}^*$  у зависности од знака PTDF-а. У циљу одређивања  $P_{jk}^*$  и  $Q_{jk}^*$  потребно је решити следећи систем једначина:

$$\begin{aligned} (P_{jk} - V_j^2 G_{jk})^2 + (Q_{jk} + V_j^2 B_{jj} + V_j^2 B_{jk})^2 &= (V_j V_k Y_{jk})^2, \\ P_{jk}^2 + Q_{jk}^2 &= (S_{jk}^{\max})^2. \end{aligned} \quad (5.52)$$

Заменом једначина (5.49) и (5.50) у (5.52) добија се:

$$\begin{aligned} (P_{jk} - P_{jk,0})^2 + (Q_{jk} - Q_{jk,0})^2 &= S_{jk,0}^2, \\ P_{jk}^2 + Q_{jk}^2 &= (S_{jk}^{\max})^2. \end{aligned} \quad (5.53)$$

Развојем прве једначине и одузимањем друге добија се [30]:

$$Q_{jk} = \frac{1}{2Q_{jk,0}} \left( -2P_{jk} P_{jk,0} + (S_{jk}^{\max})^2 - M_0^2 \right), \quad (5.54)$$

где је  $M_0 = S_{jk,0}^2 - P_{jk,0}^2 - Q_{jk,0}^2$ . Враћањем овог израза у једначину ограничавајућег круга добија се:

$$\begin{aligned} (P_{jk,0}^2 + Q_{jk,0}^2) P_{jk}^{*2} - P_{jk,0} \left( (S_{jk}^{\max})^2 - M_0^2 \right) P_{jk}^* \\ + \frac{1}{4} \left( (S_{jk}^{\max})^2 - M_0^2 \right)^2 - Q_{jk,0}^2 (S_{jk}^{\max})^2 = 0. \end{aligned} \quad (5.55)$$

Једначина (5.55) представља квадратну једначину у којој је  $P_{jk}^*$  непозната.

Коефицијенти ове једначине су:

$$\begin{aligned} a &= (P_{jk,0}^2 + Q_{jk,0}^2), \\ b &= -P_{jk,0} \left( (S_{jk}^{\max})^2 - M_0^2 \right), \\ c &= \frac{1}{4} \left( (S_{jk}^{\max})^2 - M_0^2 \right)^2 - Q_{jk,0}^2 (S_{jk}^{\max})^2. \end{aligned} \quad (5.56)$$

Сада је могуће израчунати  $P_{jk}^*$  и  $Q_{jk}^*$ :

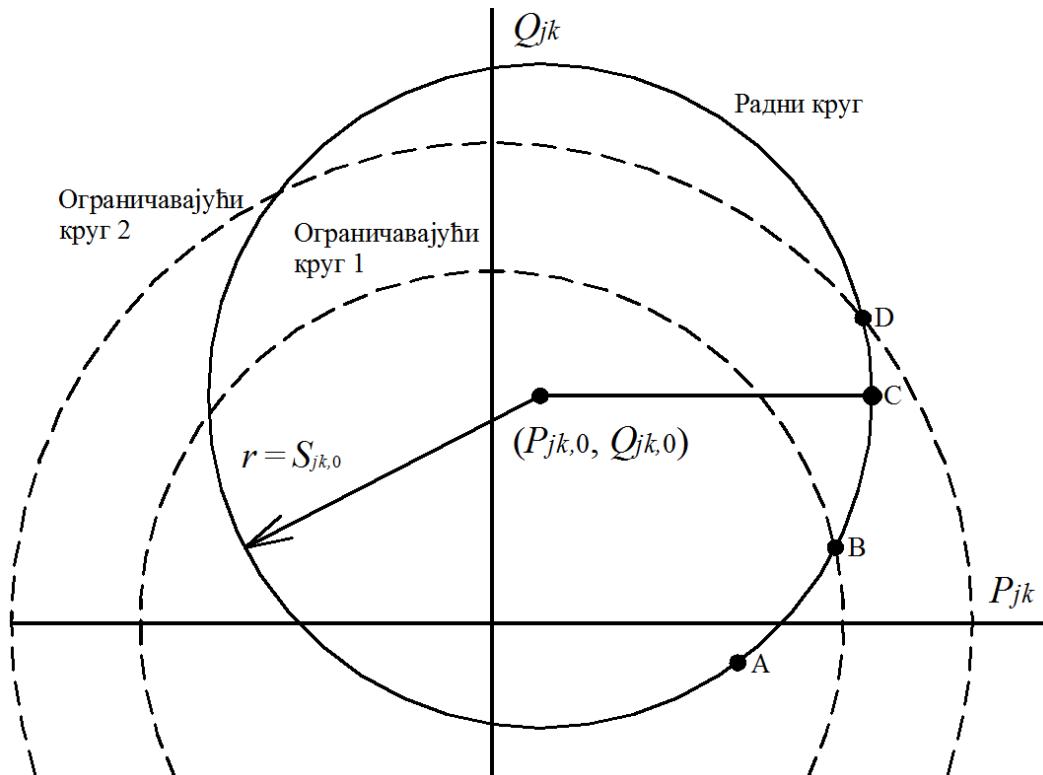
$$\begin{aligned} P_{jk}^* &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \\ Q_{jk}^* &= \sqrt{(S_{jk}^{\max})^2 - P_{jk}^{*2}}. \end{aligned} \quad (5.57)$$

Знак испред корена у изразу (5.57) се одређује у зависности од занка PTDF-а. Ако је  $\text{PTDF} > 0$  тада се узма „+“ знак, и обрнуто. Примена описане методе на DC модел је веома једноставна. Потребно је само термално ограничење заменити са  $P_{ij}^*$  и даљи ток израчунавања ATC-а остаје исти. Да би описана метода дала боље резултате потребно је за базно стање урадити прорачун токова снага N-R методом

и једначину (5.57) решити помоћу тих података. Све остале величине, PTDF и LODF, се израчунавају помоћу података који су везани за DC модел мреже.

На слици 5.4 је приказан типичан радни круг са два различита ограничавајућа круга. Нека је почетни ток првидне снаге по воду  $jk$  дефинисан положајем тачке A. Поред тога, усваја се претпоставка да је термално ограничење овог вода задато помоћу првог ограничавајућег круга, и да се ток активне снаге повећава са порастом трансакције. Радна тачка ће се померати дуж радног круга све до пресека са првим ограничавајућим кругом, тачка B. Сада треба размотрити случај када је термално ограничење дефинисано другим ограничавајућим кругом. Радна тачка може да се креће по радном кругу све до тачке C. После ове тачке више није могуће пренети активну снагу посматраним водом. Због усвојене претпоставке да је PTDF овог вода за разматрану трансакцију позитиван, свако даље повећање снаге трансакције проузроковаће колапс система. Ово практично значи да је пресек радног и ограничавајућег круга, тачку D, немогуће достићи. Тачка C уједно представља и статичко ограничење сигурности за трансфер активне снаге преко вода  $jk$  за константне вредности напона  $V_j$  и  $V_k$ . Координате ове тачке су:

$$(V_j^2 G_{jk} + V_j V_k Y_{jk}, -V_j^2 (B_{jj} + B_{jk})) \quad (5.58)$$



Слика 5.4. Изводљива и неизводљива радна стања.

Као што се може приметити тачка С ће се достићи пре термалног ограничења ако се налази унутар ограничавајућег круга. Овај услов се може приказати помоћу следећег израза:

$$\sqrt{(\pm V_j^2 G_{jk} + V_j V_k Y_{jk})^2 + (-V_j^2 (B_{jj} + B_{jk}))^2} \leq S_{jk}^{\max}. \quad (5.59)$$

Помоћу ове неједнакости је потребно тестирати оба краја сваког елемента у преносном систему да би се извршила провера статичке стабилности система. Ако је услов дефинисан изразом (5.59) задовољен онда се за вод  $jk$  поставља следеће ограничење  $P_{jk}^* = \pm V_j^2 G_{jk} + V_j V_k Y_{jk}$  и  $Q_{jk}^* = V_j^2 (B_{jj} + B_{jk})$ . Ако услов није задовољен, максималан ток активне и реактивне снаге се одређује помоћу израза (5.57).

## 5.6. Оптимални прорачун токова снага

Прорачун оптималне расподеле токова снага у електроенергетском сектору је у употреби скоро 50 година [132]. У последње две деценије, проблем оптималне расподеле токова снага је добио велику пажњу, првенствено због своје способности налажења оптималних решења која задовољавају и критеријуме сигурности система. Програми за решавање овог проблема су постали једни од значајнијих програма које користе оператори преносних система.

Оптимизација расподеле токова снага оптимизује објективну функцију задовољавајући при том различита ограничења типа једнакости и неједнакости. У прошлости су коришћене конвенцијалне методе за решавање проблема оптималне расподеле токова снага [132-135]. Генерално гледано, већина класичних оптимизационих техника примењује анализу осетљивости и алгоритме засноване на налажењу градијента оптимизационе функције. Приликом чега се врши линеаризација објективне функције и разматраних ограничења у околини радне тачке. Нажалост, проблем налажења оптималне расподеле токова снага је веома нелинеаран оптимизациони проблем, односно, постоји више од једног локалног оптимума. Одавде произилази да технике које се заснивају на локалној оптимизацији, а које су добро разрађене, нису погодне за овакве проблеме. Штавише, не постоји критеријум који одлучује да ли је локално решење уједно и глобално решење. Стога, конвенционалне методе оптимизације које користе изводе и градијенте немају могућност индетификације глобалног оптимума.

Проблем оптималних токова снага генерално гледано има неконвексну, прекидну, недиференцијабилну објективну функцију са оба типа променљивих [136], континуалне и дискретне. Чак и у одсуству целобројних променљивих, разматрани проблем је неконвексан због постојања ограничења типа једнакости које су последица нелинеарних АС једначина токова снага. Тако да је постало неопходно развити оптимизационе технике које су ефикасне у превазилажењу ових недостатака и решавању задатих проблема. У последње време, метахеуристичке методе оптимизације су узеле све више удела у решавању проблема расподеле токова снага [137-141].

Сврха прорачуна оптималних токова снага је проналажење оптималне комбинације производње електричне енергије из поједињих генератора, одабир амплитуде напона сабирница, и избора отцепа регулационих трансформатора који могу да мењају положај под оптерећењем. Све ово се ради у циљу минимизације трошкова производње термалних јединица, укупне емисије гасова, или укупних губитака активне снаге уз задовољење физичких и техничких ограничења мреже. Математички проблем се може поставити на следећи начин:

$$\text{Мин } J(x,u). \quad (5.60)$$

У зависности од:

$$g(x,u) = 0, \quad (5.61)$$

$$h(x,u) \leq 0, \quad (5.62)$$

где је  $J$  објективна функција коју треба минимизовати, а  $x$  је вектор зависних (системских) променљивих који се састоји од:

- Производње активне снаге из референтног чвора  $P_{SL}$ .
- Амплитуда напон на сабирницама потрошачког типа  $V_L$ .
- Производње реактивне снаге генератора  $Q_G$ .
- Токова снага по водовима  $S_l$ .

Тако да се  $x$  може представити као:

$$x^T = [P_{SL}, V_{L1} \dots V_{LN}, Q_{G1} \dots Q_{GN}, S_{l1} \dots S_{ln}], \quad (5.63)$$

где су  $NL, NG, nl$  број потрошачких сабирница, број генератора, и број преносних водова у посматраном електроенергетском систему, респективно.

, „ $u$ “ је вектор независних (управљачких) променљивих који се састоји од:

- Производње активне снаге у чворовима PV типа  $P_G$ .

- Амплитуда напон на генераторским сабирницама  $V_G$ .
- Подешавања одцепа регулационог трансформатора  $T_r$ .
- Производње реактивне снаге из компензатора  $Q_C$ .

Тако да се  $u$  може представити као:

$$u^T = [P_{G2} \dots P_{GN}, V_{G1} \dots V_{GN}, T_{r1} \dots T_{rNT}, Q_{C1} \dots Q_{CNc}], \quad (5.64)$$

где су  $NT$  и  $N_C$  број регулационих трансформатора и број компензатора реактивне снаге, респективно.

„g“ су ограничења типа једнакости, која представљају једначине ињектирања активних и реактивних снага по сабирницама мреже:

$$P_{Gi} - P_{Di} - V_i \sum_{k=1}^{NB} V_k [G_{ik} \cos(\theta_i - \theta_k) + B_{ik} \sin(\theta_i - \theta_k)] = 0, \quad (5.65)$$

$$Q_{Gi} - Q_{Di} - V_i \sum_{k=1}^{NB} V_k [G_{ik} \sin(\theta_i - \theta_k) - B_{ik} \cos(\theta_i - \theta_k)] = 0, \quad (5.66)$$

где је  $NB$  број чворова,  $P_G$  је производња активне снаге генератора,  $Q_G$  је производња реактивне снаге генератора,  $P_D$  је потрошња активне снаге,  $Q_D$  је потрошња реактивне снаге,  $G_{ik}$  и  $B_{ik}$  су кондуктанса и сусцептанса између чворова  $i$  и  $k$ , респективно.

„h“ представља ограничења типа неједнакости која уважавају:

- Ограничивања генератора: амплитуда напона, производња активне и реактивне снаге су ограничена доњом и горњом границом

$$V_{Gi}^{\min} \leq V_{Gi} \leq V_{Gi}^{\max}, i = 1, \dots, NG, \quad (5.67)$$

$$P_{Gi}^{\min} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi}^{\max}, i = 1, \dots, NG, \quad (5.68)$$

$$Q_{Gi}^{\min} \leq Q_{Gi} \leq Q_{Gi}^{\max}, i = 1, \dots, NG. \quad (5.69)$$

- Ограничивања трансформатора: избор одцепа је ограничен дојим и горњим положајем

$$T_i^{\min} \leq T_i \leq T_i^{\max}, i = 1, \dots, NT. \quad (5.70)$$

- Ограничивања компензатора реактивне снаге

$$Q_{Ci}^{\min} \leq Q_{Ci} \leq Q_{Ci}^{\max}, i = 1, \dots, N_C. \quad (5.71)$$

- Сигурносна ограничења: уважавају ограничења по амплитуди напона на потрошачким сабирницама и термална ограничења елемената преносне мреже

$$V_{Li}^{\min} \leq V_{Li} \leq V_{Li}^{\max}, i = 1, \dots, NL, \quad (5.72)$$

$$S_{li} \leq S_{li}^{\max}, i = 1, \dots, nl. \quad (5.73)$$

Модел оптималних токова снага заједно са неком од метахеуристичких метода оптимизације које су описане у трећем поглављу се лако може преформулисати за израчунавање ATC-а одређеног типа трансакције, или за одређивање оптималног смањивања уговорене прекогранице размене. Када се посматрају билатералне трансакције управљачка променљива је снага размене између посматраних чвротворова. Ова снага се додаје у (5.65) за локације из којих се врши продаја и одузима за локације у којима се врши куповина електричне енергије. Исти приступ се користи када се разматрају мултилатералне трансакције за унапред дефинисану процентуалну расподелу снаге трансакције по продавцима и купцима. Приликом разматрања оптималне процентуалне расподеле снаге трансакције по продавцима и купцима мултилатералне трансакције постоји онолико управљачких променљивих колико има учесника трансакције. Када је потребно извршити минимално редуковање трансакција које изазивају загушење између две области за управљачке променљиве је потребно прогласити снаге свих трансакција које се могу редуковати. И у овом случају критеријумску функцију је потребно максимизовати.

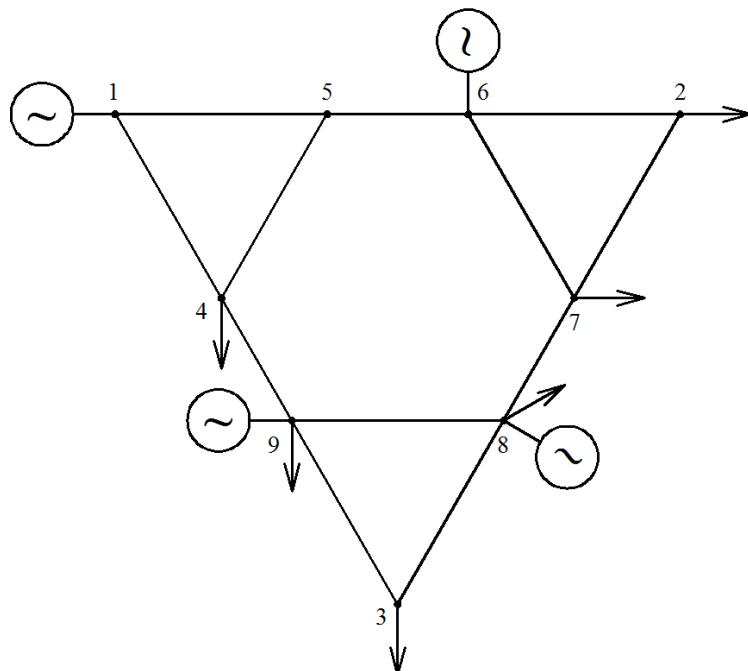
Приликом решавања ових проблема нису се разматрала ограничења (5.70) и (5.71). Разлог за ово занемаривање је чисто економске природе. Сви трансформатори који могу да мењају свој преносни однос под оптерећењем то могу да ураде одређени број пута, након чега такви трансформатори морају да се шаљу на ремонт. Управо због ове чињенице намеће се питање да ли је оправдано радити оптимизацију одцепа трансформатора да би се повећала снага размене за сваки интервал времена.

## **5.7. Одређивање ATC-а помоћи симболичког прорачуна**

Поред нумеричког приступа вредности ATC-а је могуће израчунати и симболичким путем [130]. Симболички приступ је могуће применити само на DC моделу мреже где се инверзија матрице ради само једанпут. Да би се применио AC модел мреже потребно је извршити инверзију Јакобијана непознати број прута, што практично онемогућава употребу симболичког приступа. Иако је DC модел мреже доста упрошћен, при чему даје приближну слику стања преносног система, проб-

лем инвертовања матрице сусцептанси код које се уместо бројева користе симболи представља озбиљан проблем. Методе које се користе за израчунавање инверзије матрица у програмском пакету MATLAB 2014a за малу мрежу, IEEE 5 сабирнички систем, су захтевале велику количину меморије, док за веће преносне системе, IEEE 30 сабирнички систем, уопште нису успевале да дају решење. Управо због овог разлога је неопходно употребити неку од метода које се користе за налажење инверзне вредности ретких матрица. У првом прилогу ове дисертације описана је коришћена метода за израчунавање инверзне вредности ретке матрице. Статичка пренумерација чворова преносног система, чија је дефиниција дата у истом прилогу, је коришћена за решавање овог проблема.

Употребом симболичког приступа дати систем је потребно решити само једном након чега се свака промена у систему може уважити заменом одговарајуће бројне вредности. Ово је могуће урадити зато што све битне величине (токови снага по гранама, расположиви оптеретни капацитет – ALC, ATC) представљају трансфер функције у којима непознате представљају реактансе грана мреже и снаге ињектирања. За приказ резултата коришћена је симетрична мрежа са 9 чворова која је приказана на слици 5.5. Подаци о елементима мреже су дати у табели 5.1, док су подаци о потрошњи и производњи приказани у табели 5.2. Увидом у резултате установљено је да се трансфер функције PTDF-а, који се одређују за сваку



Слика 5.5. Мрежа са 9 чворова.

Табела 5.1. Подаци о гранама мреже са 9 чворова.

Грана	R (p.j.)	X (p.j.)	B/2 (p.j.)	S <sub>max</sub> (MW)	Грана	R (p.j.)	X (p.j.)	B/2 (p.j.)	S <sub>max</sub> (MW)
1-4	0.013	0.09	0.125	300	4-5	0.004	0.05	0.010	320
1-5	0.010	0.10	0.145	250	4-9	0.010	0.11	0.085	500
2-6	0.002	0.01	0.020	400	5-6	0.030	0.18	0.175	400
2-7	0.020	0.13	0.175	250	6-7	0.016	0.14	0.120	350
3-8	0.020	0.14	0.225	200	7-8	0.030	0.12	0.090	500
3-9	0.002	0.01	0.002	250	8-9	0.007	0.03	0.025	220

Табела 5.2. Производња и потрошња мреже са 9 чворова.

Чврор	P <sub>pot</sub> (MW)	Q <sub>pot</sub> (MW)	P <sub>proiz</sub> (MW)	Чврор	P <sub>pot</sub> (MW)	Q <sub>pot</sub> (MW)	P <sub>proiz</sub> (MW)
1	0	0	200	6	0	0	300
2	200	50	0	7	150	60	0
3	150	60	0	8	100	60	200
4	300	90	0	9	200	50	400
5	0	0	0				

трансакцију и вод, састоје од великог броја карактера (преко 25000) што доводи до значајног оптерећења меморије и немогућности визуелног приказа. Ако се одабере рад само са мањим бројем симболичких променљивих омогућава се визуелни приказ трансфер функција PTDF-а. Ови коефицијенти за билатералну трансакцију изменеју чврора 6 и 5, при чему су као симболичке променљиве приказане само реактансе грана 4-5 и 5-6, имају следећи облик:

$$PTDF_{14,65}=-(551000*x_{45}*x_{56})/(42743*x_{45}+12673*x_{56}+551000*x_{45}*x_{56}+691.61),$$

$$PTDF_{15,65}=(551000*x_{45}*x_{56})/(42743*x_{45}+12673*x_{56}+551000*x_{45}*x_{56}+691.61),$$

$$PTDF_{26,65}=-(232*x_{56}*(1000*x_{45}+23))/(42743*x_{45}+12673*x_{56}+551000*x_{45}*x_{56}+691.61),$$

$$PTDF_{27,65}=(232*x_{56}*(1000*x_{45}+23))/(42743*x_{45}+12673*x_{56}+551000*x_{45}*x_{56}+691.61),$$

$$PTDF_{38,65}=-(133*x_{56}*(1000*x_{45}+23))/(42743*x_{45}+12673*x_{56}+551000*x_{45}*x_{56}+691.61),$$

$$PTDF_{39,65}=(133*x_{56}*(1000*x_{45}+23))/(42743*x_{45}+12673*x_{56}+551000*x_{45}*x_{56}+691.61),$$

$$PTDF_{45,65}=(12673*x_{56})/(42743*x_{45}+12673*x_{56}+551000*x_{45}*x_{56}+691.61),$$

$$PTDF_{49,65}=-(551*x_{56}*(1000*x_{45}+23))/(42743*x_{45}+12673*x_{56}+551000*x_{45}*x_{56}+691.61),$$

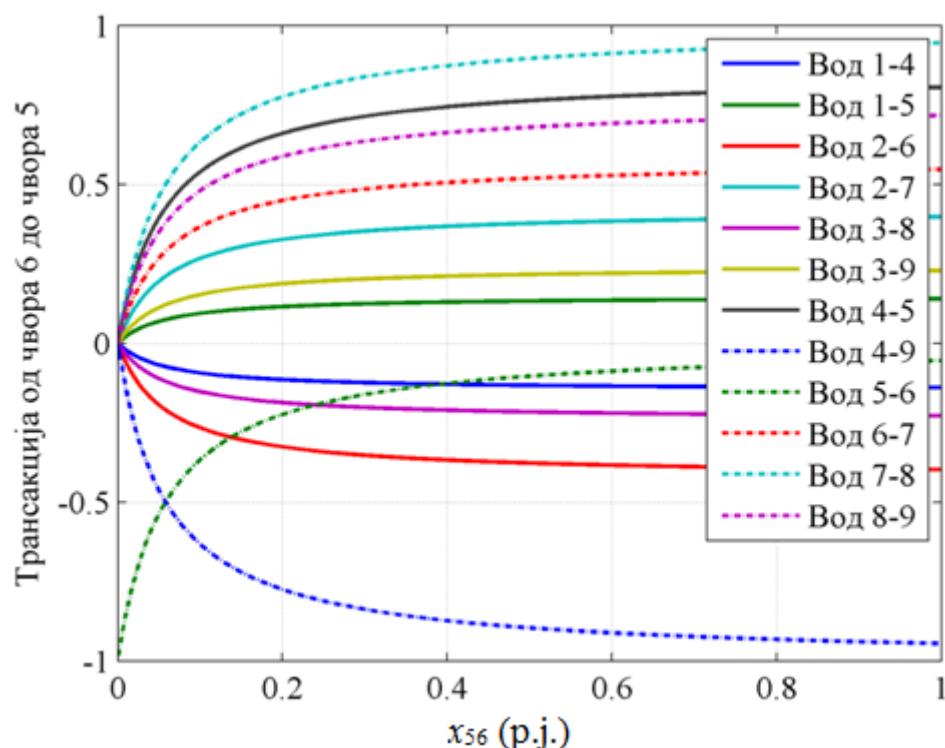
$$PTDF_{56,65} = -(42743*x_{45} + 691.61) / (42743*x_{45} + 12673*x_{56} + 551000*x_{45}*x_{56} + 691.61),$$

$$PTDF_{67,65} = (319*x_{56}*(1000*x_{45} + 23)) / (42743*x_{45} + 12673*x_{56} + 551000*x_{45}*x_{56} + 691.61),$$

$$PTDF_{78,65} = (551*x_{56}*(1000*x_{45} + 23)) / (42743*x_{45} + 12673*x_{56} + 551000*x_{45}*x_{56} + 691.61),$$

$$PTDF_{89,65} = (418*x_{56}*(1000*x_{45} + 23)) / (42743*x_{45} + 12673*x_{56} + 551000*x_{45}*x_{56} + 691.61).$$

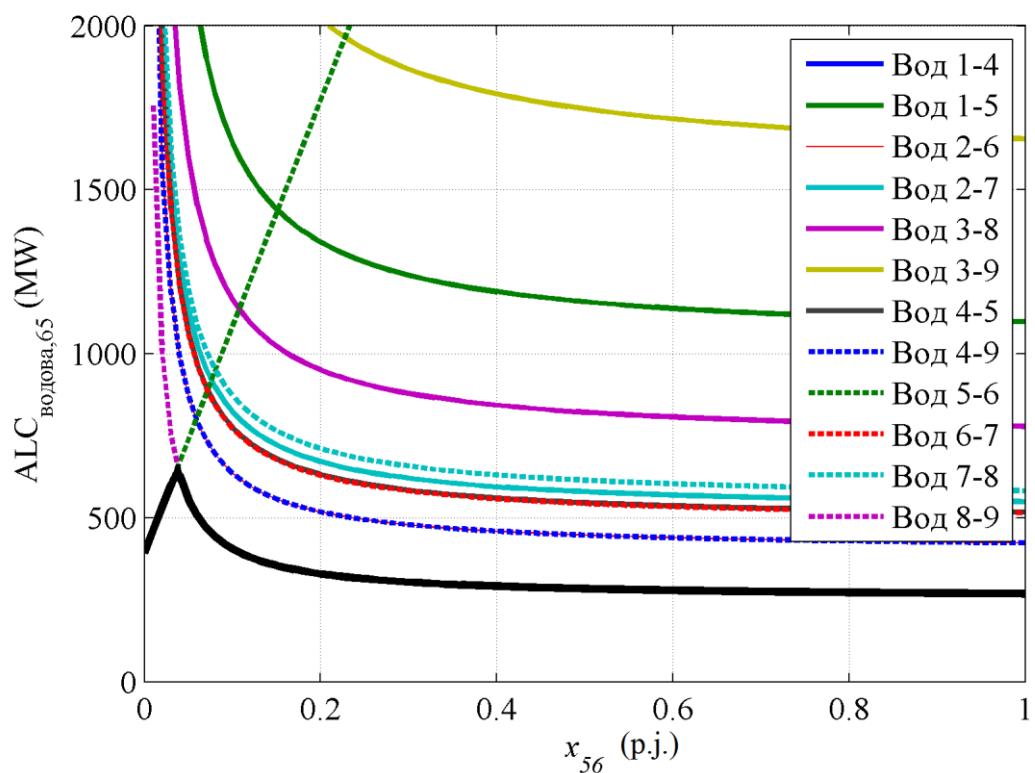
Може се приметити да се неке вредности ових коефицијената разликују само по знаку, што је последица симетрије изабране мреже. У циљу добијања употребљивих резултата на крају спроведеног процеса израчунавања вредности АТС-а потребно је велику већину симбола заменити бројним вредностима. На слици 5.6 је приказана промена PTDF-а поменуте трансакције са променом реактансе гране 5-6. Смањивањем вредности посматране реактансе, помоћу редне компензације или помоћу FACTS уређаја, смањује се растерећење водова 2-6, 3-8, 1-4 и 4-9. Док се са друге стране опрећење које је последица постојања разматране трансакције свих осталих водова у посматраном систему смањује. Овакав резултат је и очекиван пошто ће смањивање неке реактансе за последицу имати већи ток струје по том воду, а самим тим и већи ток снаге. Са слике се такође види да са порастом реактансе  $x_{56}$  коефицијенти осетљивости осталих водова практично задржавају константну вредност.



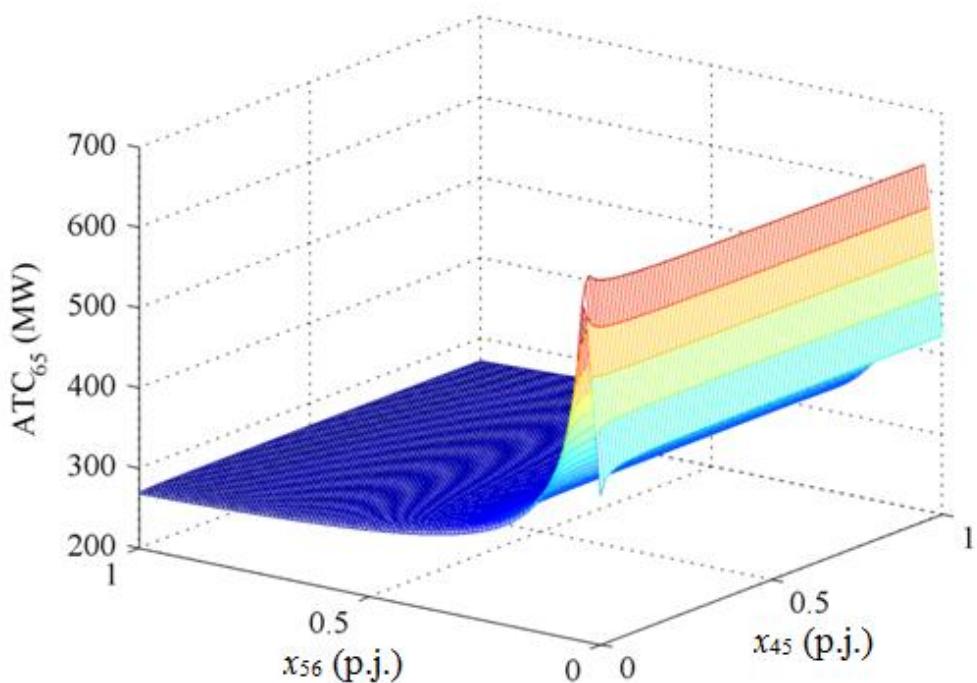
Слика 5.6. Зависност коефицијената расподеле токова снага од промене реактансе.

Слика 5.7 приказује зависност расположивог оптеретног капацитета од реактансе вода. Да би приказ резултата био бољи ординатна оса је ограничена на 2000 MW, и управо се због тога не виде промене ALC вредности поједињих водова. Дебља црна линија представља промену ATC-а разматране трансакције са променом реактансе вода 5-6. Нагла промена у нагибу криве ATC-а само потврђује дефиницију дату изразом (5.40). Са слике се јасно види да би се смањивањем вредности реактансе гране 5-6, и утицајем које ово смањивање има на расподелу снага по осталим водовима дошло до повећања ATC-а. Ово повећање вредности ATC-а би ишло само до тачке укрштања ALC кривих водова 5-6 и 8-9 након чега би ова вредност почела да опада. На слици 5.8 је приказана промена вредности ATC-а са променом реактанси водова 4-5 и 5-6.

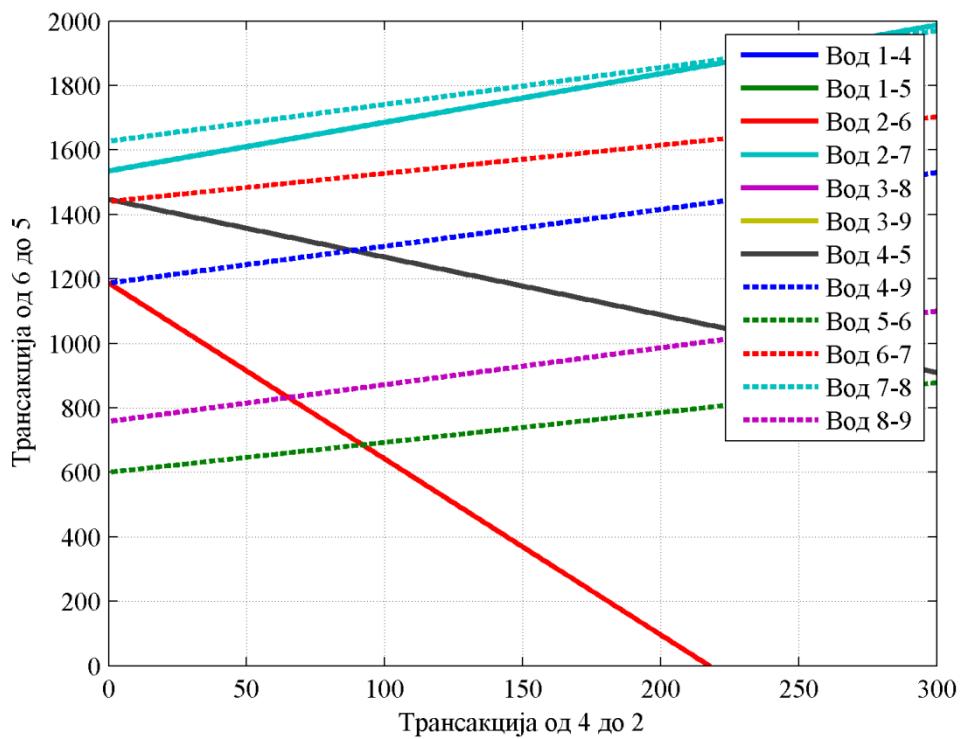
Када се само разматра базно стање, тј. када су сви водови укључени и не постоји могућност промене реактансе, могуће је видети међусобни утицај две трансакције. На слици 5.9 је приказано како се мења вредност ATC-а трансакције између чвррова 6 и 5 у присуству трансакције између чвррова 4 и 2. Максимална количина снаге која се може пренети трансакцијом између чвррова 6 и 5 се очитава на



Слика 5.7. Зависност вредности ALC водова од промене реактансе.



Слика 5.8. Промена вредности ATC-а са променом реактанси.



Слика 5.9. Промена вредности ATC-а разматране трансакције у присуству друге трансакције.

пресеку ординате и праве која је најближа координатном почетку. Такође је истовремено могуће очитати вредност ATC-а трансакције између чворова 4 и 2 за базно стање у пресеку апцисе и праве која је најближа координатном почетку. Ако се повећа снага трансакције између чворова 6 и 5, у односу на базно стање када ова трансакција није постојала, праве које представљају ALC водова ће се тренслирати наниже. Слично би се десило када би се повећала снага трансакције између чворова 4 и 2, при чему би се праве тренслирале улево. Променом било које од ове две трансакције може се директно са графика очитати колико износи вредност ATC-а друге трансакције. У присуству неке треће трансакције праве ALC-а се неће само паралелно померати као што је био случај са ове две трансакције. Помеђу ових правих у присуству треће трансакције ће се вршити у зависности од њиховог међусобног утицаја.

Употреба описаног поступка је оправдана само ако постоји доволно брза метода која ће симболе заменити са бројним вредностима, што у овом програмском окружењу није случај. Други недостатак овог приступа је немогућност одређивања знака PTDF-а када се користи више од једне симболичке променљиве, што за последицу има дупло израчунавање ALC-а за сваки вод, видети израз (5.39). Такође треба имати на уму да развојем рачунарске технике, како хардвера тако и софтвера, нумерички прорачуни постају све бржи и бржи, и да је за добијање вредности ATC-а свих билатералних трансакција применом DC нумеричке методе потребно пар стотина милисекунди (за IEEE 30 сабирнички систем). Управо због ове чињенице употреба симболичког приступа све више губи смисао ако се не развије брза метода замене симбола бројним вредностима.

## **5.8. Алгоритам за израчунавање ATC-а трансакција**

У овом делу прво ће бити приказана примена алгоритма за израчунавање вредности ATC-а билатералних трансакција које представљају трговину између два чвора у преносном систему. У поглављу 4.4 је речено да је на италијанском тржишту могуће продавати и куповати електричну енергију само помоћу билатералних трансакција. Добро је позната чињеница да је Италија велики потрошач електричне енергије и да нема доволно сопствених производних капацитета, тако да купци увек теже да набаве што јефтинију електричну енергију из суседних земаља. Поред тога сваки купац би требало да претпостави којим би путевима купљена

електрична енергија дошла у циљу резервисања прекограницног капацитета. Већ је напоменуто да ће се за различито ангажовање производних капацитета и другачији распоред потрошње од планираног вредности изложених прекограницних капацитета разликовати од стварних. Због тога је веома важно да сваки трговац за своју трансакцију процени максимални износ снаге који је могуће пренети кроз систем у одређеном тренутку времена.

Овај проблем је могуће решити и применом методе понављајућих токова снага (RPF), који ће касније бити детаљно описан. RPF метода уз доволно фино подешавање даје вредности ATC-а за веома кратак временски период. Управо помоћу ове методе су проверавани резултати две оптимизационе методе, модификовани генетски алгоритам и алгоритам црне рупе, помоћу којих су вршена израчунавања вредности ATC-а билатералних трансакција. Због саме природе оптимизационих алгоритама време потребно за њихово извршавање је веће од времена које је потребно RPF методи. Међутим, ако постојање више истовремених трансакција које узрокује загушење у преносном систему оператор преносног система мора да одбаци или ограничи неке трансакције у циљу растерећења преносног система. Применом RPF методе, или методе континуалних токова снага, могуће је извршити само појединачна испитивања сваке трансакције и извршити њихово пропуштање само на основу понуђене цене. Као што је у поглављу 4.5 наведено, када ЕМС управља тржиштем електричне енергије трансакције које изазивају загушење при чему имају исту понуђену цену биће подједнако редуковане. Овај приступ је можда најпоштенији када не постоји могућност одређивања оптималног пропуштања трансакција. Једноставном модификацијом (која ће се касније детаљно образложити) оптимизационе методе која се користила за израчунавање вредности ATC-а билатералних трансакција могуће је одредити оптимално смањивање висине трансакција које изазивају загушење преносне мреже.

Предложена процедура се лако може надоградити за мултилатералне трансакције. Мултилатералне трансакције представљају проширење билетеалних трансакција. Ову врсту трgovине најчешће проузрокују брокери. Код ових трансакција постоје више напојних тачака (најмање две), исто важи и за локације преузимања електричне енергије, при чему број напојних чворова и чворова из којих се преузима електрична енергија не мора да буде исти.

Прво ће се разматрати случај у коме су сви елементи преносног система у погону. Усвојена је претпоставка да је производња свих генератора дефинисана, и да је захтевана снага потрошње позната. У дерегулисаном систему постојаће све више произвођача који ће поседовати релативно мале производне капацитете. Ови произвођачи су заинтересовани да целокупну произведену енергију продају најбољем понуђачу. Сама дефиниција ATC-а се односи на трговину између области, али се она може применити и на трговину унутар једног електроенергетског система. За решавање овог проблема искоришћена је комбинација једнокорачне методе и OPF модела. Оптимизациони проблем прво је решаван помоћу модификованог генетског алгоритама који је описан у поглављу 3.3. Проширење стандардне DC методе са корекцијом термалних ограничења због тока реактивне снаге је коришћено за једнокорачно израчунавање вредности ATC-а. Сваки елемент популације је потенцијално решење проблема, и представља максималну снагу трансакције између селектованих чворова.

У даљем тексту ће бити детаљно описан сваки корак предложеног алгоритма [95].

1. Припрема базе података за генераторе, водове, трансформаторе, сабирнице и шант елементе.
2. Задавање иницијалних параметара оптимизационог алгоритма: величина популације ( $N$ ), максималан број генерација ( $T$ ), задавање жељене прецизности  $\epsilon$ , дефинисање броја хромозома над којима ће се вршити свака од операција генетског алгоритма (елитизам, укрштање и мутација).
3. Одабир учесника трансакције.
4. Прорачун токова снага N-R методом ради добијања потребних података за извршавање корекције термалних ограничења, или за израчунавање AC PTDF-а.
5. Израчунавање ATC-а трансакције једнокорачном методом.
6. Постављање израчунате вредности ATC-а за максималну вредност променљиве у генетском алгоритму. Минимална вредност трансакције се поставља на 0. Ова ограничења су била неопходна да би кодирање, које је описано у поглављу 3.1.1, могло правилно да се изврши.
7. Иницијализација бројача генерација,  $gen\_count = 0$ , и бројача популације  $N\_count = 0$ .

8. Генерисати произвољни низ нула и јединица чија је дужина одређена изразом (3.3).
9. Декодирање низа помоћу (3.2) и одређивање бројне вредности потенцијалног решења помоћу (3.1).
10. Додавање снаге трансакције чвору у коме се врши продаја, и додавање потрошње чвору у коме се врши куповина електричне енергије.
11. За овакво стање у мрежи извршити N-R прорачун токова снага.
12. Ако је прекорачено неко од ограничења (5.67) – (5.73) такав елемент се одбације и иде се на следећи корак, у супротном иде се на корак број 14.
13. Вредност одбаченог елемента се поставља за нову максималну вредност трансакције, и све претходне изводљиве вредности се декодирају за нови опсег. После декодирања иде се на корак број 8.
14. Повећава се бројач популације за 1. Ако је  $N\_count = N$  иде се на следећи корак, у супротном се враћа на корак број 8.
15. Израчунавање фитнес вредности свих хромозома помоћу израза:

$$F_i = P_{trans,i} \quad i \in [1, N], \quad (5.74)$$

где је  $F_i$  фитнес вредност  $i$ -тог хромозома,  $P_{trans,i}$  је потенцијална максимална снага посматране трансакције која је смештена у  $i$ -ти хромозом.

16. Из тренутне популације у наредну популацију пребацити онолико хромозома колико је дефинисано операцијом елитизма.
17. Иницијализација бројача укрштања,  $cros\_count = 0$ .
18. Избор учесника укрштања методама описаним у поглављу 3.1.5.
19. Избор методе укрштања и потребног броја тачака укрштања.
20. За добијене потомке поновити поступак описан у корацима 9 – 13.
21. Увећати бројач укрштања за број изводљивих потомака. Изводљиве потомке уписати у нову популацију.
22. Ако је бројач укрштања достигао максималну вредност наставити са алгоритмом, у супротном вратити се на корак борј 18.
23. Иницијализација бројача мутације,  $mut\_count = 0$ .
24. Неком од метода селекције које су кориштене у кораку 18 изабрати кандидата из тренутне популације који ће се мутирати.
25. Одредити бит изнад којег није дозвољено вршити мутацију.

26. Одабир бита који ће се мутирати.
27. За добијеног потомка поновити поступак који је описан у корацима 9 – 13.
28. Ако је потомак изводљив уписати га у нову популацију, повећати бројач мутације за 1 и прећи на следећи корак. У супротном одбацити такво решење и вратити се на корак 24.
29. Одредити колико ће се чланова мутирати у наредној итерацији помоћу следеће законитост [75]:

$$n_{mut} = N_{mut} \left( 1 - r^{(1-t/N)^b} \right), \quad (5.75)$$

где је  $n_{mut}$  број хромозома тренутне популације над којим се извршава операција мутације,  $N_{mut}$  је број хромозома прве итерације над којим је извршена операција мутације,  $r$  је произвољан број између 0 и 1 ( $r = 0,2$ ),  $t$  је број тренутне итерације,  $N$  максималан број итерација,  $b$  је системски параметар који одређује степен зависности од броја итерација ( $b = 2$ ).

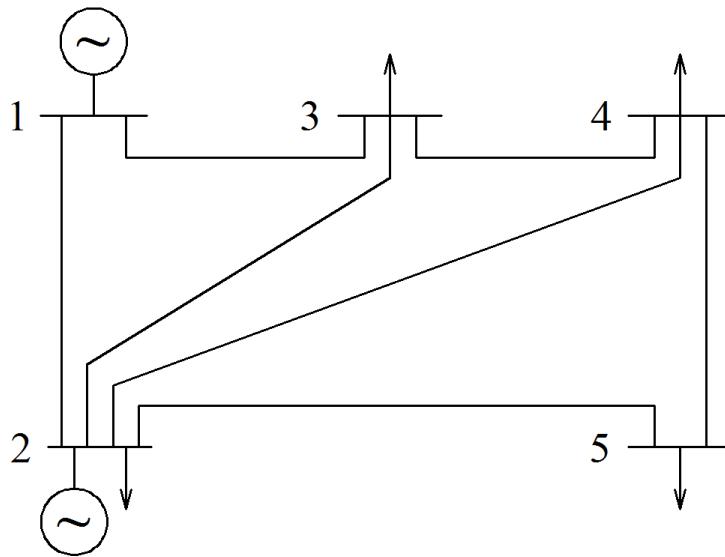
30. Одређивање броја хромозома над којима ће се спровести операција укрштања у наредној итерацији да би се надокнадио недостатак мутираних хромозома.
31. Ако је бројач мутације достигао максималну вредност наставити са алгоритмом, у супротном вратити се на корак борј 24.
32. Нова популација постаје тренутна популација.
33. Повећати бројач генерација за 1. Ако бројач генерација није достигао максималну вредност вратити се на корак 15, у супротном најбољи хромозом из тренутне популације се проглашава за решење посматраног проблема.

Одлука да се у алгоритму ради само са изводљивим решењима за последицу има мало дуже формирање почетне популације, али овим поступком се постиже знатно убрзавање самог алгоритма. Поред тога избегавају се непотребне компликације које настају када се користе пенализациони фактори. У кораку број 18 учесници укрштања су бирани помоћу точка рулета (45%), правила рангирања (45%) и правила турнира (10%). Метода једноструког укрштања се примењује у 70% случајева, док се двоструко укрштање примењује у 30% случајева у кораку број 19. Забрана мутације појединих битова има задатак да побољша претрагу. Наиме, у почетку је дозвољено да се било који бит промени па и они са највећим тежин-

ским фактором. Током итерација претрагу је потребно вршити у све већој близини потенцијалних решења, што се постиже дозволом мутирања битова са низим тежинским факторима. У [75] је показано да се у каснијим итерацијама помоћу укрштања добијају квалитетнији потомци, због тога су кораци 29 и 30 додати овом алгоритму. У литератури се наводи [142] да се добра решења могу наћи ако је величина популације 5 до 10 пута већа од броја независних променљивих. Из овог разлога одабрана је популација од 10 потенцијалних решења за рад са предложеним алгоритмом.

Авто корекцију максималног ограничења управљачке променљиве је могуће користити само када се ради са једном контролном променљивом (одређивање висине билатералних и мултилатералних трансакција). Када постоји више управљачких променљивих, решавање загушења и процентуална прерасподела трансакције по продавцима и купцима, није могуће користити описану ауто корекцију. Код решавања загушења критеријумска функција представља суму свих трансакција чије се смањивање разматра. Одавде следи да свака управљачка променљива представља једну трансакцију коју је могуће редуковати. Горња ограничења оваквих управљачких променљивих представљају жељене вредности снага трансакција. Због постојања загушења у преносној мрежи потребно је одредити висину смањења сваке трансакције у циљу максималне размене електричне енергије између обласци. И код овог приступа је неопходно снаге посматраних трансакција додати чворовима у којима се врши продаја и одузети од чворова у којима се врши куповина. Пошто се и проблем решавања загушења може представити као максимизациони проблем, фитнес вредности сваког хромозома се одређују сумирањем свих управљачких променљивих.

Алгоритам ће прво бити тестиран помоћу IEEE 5 сабирничке мреже [143], која је приказана на слици 5.10. За ову мрежу су усвојена термална ограничења од 150 MW по свим водовима. Ова мрежа, иако је мала, у реалности може да представља тачке интерконекције система/области. Ова мрежа је изабрана зато што се могу приказати све могуће комбинације трансакција у посматраном систему помоћу табеле на малом простору. Снаге производње и потрошње које су потребне за израчунавање једнокорачног ATC-а су дате у табели 5.3. У табели 5.4 су приказане вредности ATC-а за посматрани систем које су добијене једнокорачном DC



Слика 5.10. IEEE 5 сабирнички систем.

Табела 5.3. Снаге производње и потрошње за IEEE 5 сабирнички систем.

Чврор	1	2	3	4	5
$P_{gen}$ (MW)	120	40	0	0	0
$P_{load}$ (MW)	0	20	45	40	60

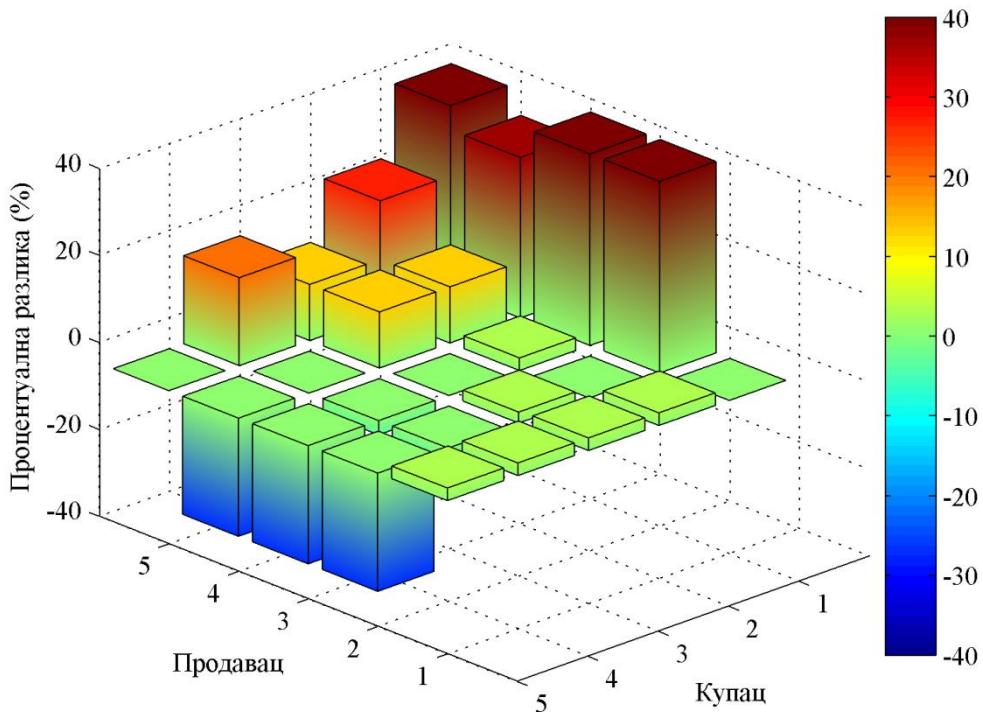
Табела 5.4. Вредности ATC-а (MW) израчунате DC методом без корекције термалних ограничења.

		Купац				
		1	2	3	4	5
Продавац	1	/	76.6102	102.7273	96.1702	82.1818
	2	279.3220	/	352.0000	286.8750	132.4454
	3	374.5455	301.3333	/	148.0645	164.8370
	4	311.0526	369.3750	190.6452	/	176.3372
	5	291.6818	280.2183	290.6557	344.2657	/

методом без корекције термалних ограничења услед токова реактивне снаге. У табели 5.5 су приказане вредности ATC-а израчунате DC методом са корекцијом термалних ограничења. Уважавањем стварних напонских профиле који постоје у мрежи довело је до редукције вредности ATC-а појединих трансакција (трансакција из чвора 5 у чвор 1) чак за 42 %, као што се може видети на слици 5.11. Ипак у случају појединих трансакција (трансакција из чвора 2 у чвор 5) DC метода је

Табела 5.5. Вредности ATC-а (MW) израчунате DC методом са корекцијом термалних ограничења.

		Купац				
		1	2	3	4	5
Продавац	1	/	74.3907	99.7512	93.3841	79.8010
	2	156.3299	/	343.1551	296.2669	168.4369
	3	209.6242	292.6035	/	152.9120	209.6307
	4	196.2439	321.7079	166.0428	/	224.2561
	5	167.6993	206.2863	253.1472	274.6486	/



Слика 5.11. Процентуална разлика вредности ATC-а израчунатих различитим једнокорачним методама.

дала мању вредност ATC-а када се није уважавала корекција термалних ограничења. Због очигледне разлике између DC и AC модела мреже за максималну снагу у шестом кораку алгоритма постављана је вредност која је за 30% већа од вредности добијене помоћу DC методе. Ово не успорава описани алгоритам пошто је у процес креирања почетне популације уграђена ауто корекција горњег ограничења управљачке променљиве.

Користећи предложени алгоритам спроведено је неколико анализа са уважавањем различитих ограничења. Разматрана ограничења су: ограничење амплитуде напона на сабирницама ( $0.95 < V_i < 1.05$ , где је  $i = 1, \dots$ , број чворова система), ограничење фазних ставова напона сабирница ( $|\theta_i| < 45^\circ$ ), ограничење активне и реактивне снаге производње појединачних генератора и термална ограничења по водовима. У првој анализи разматрана су ограничења по напону и поређен је само ток активне снаге по гранама мреже са термалним ограничењима грана. Док су у другој анализи у обзир узети и токови реактивне снаге кроз гране мреже. Резултати ових анализа су приказани у табелама 5.6 и 5.7.

Посматрајући резултате ових анализа може се уочити значајан утицај тока реактивне снаге по гранама система на висину ATC-а. На пример, из табеле 5.4 се може видети да се трансакцијом између чворова 5 и 2 максимално може пренети 280.2183 MW. Поредећи ову вредност са вредношћу која је дата у табели 5.6, 280.2173 MW, може се видети да је једнокорачни прорачун дао доста тачну вред-

Табела 5.6. ATC (MW) уз уважавање напонских ограничења на сабирницама мреже.

		Купац				
		1	2	3	4	5
Продавац	1	/	68.9320	88.0367	81.8115	65.4965
	2	278.9129	/	262.1100	244.8851	120.9397
	3	374.5455	252.6570	/	145.7417	146.6986
	4	306.1889	300.8622	189.8539	/	154.2930
	5	291.6457	280.2173	290.6546	288.0231	/

Табела 5.7. ATC (MW) уз уважавање свих релевантних ограничења.

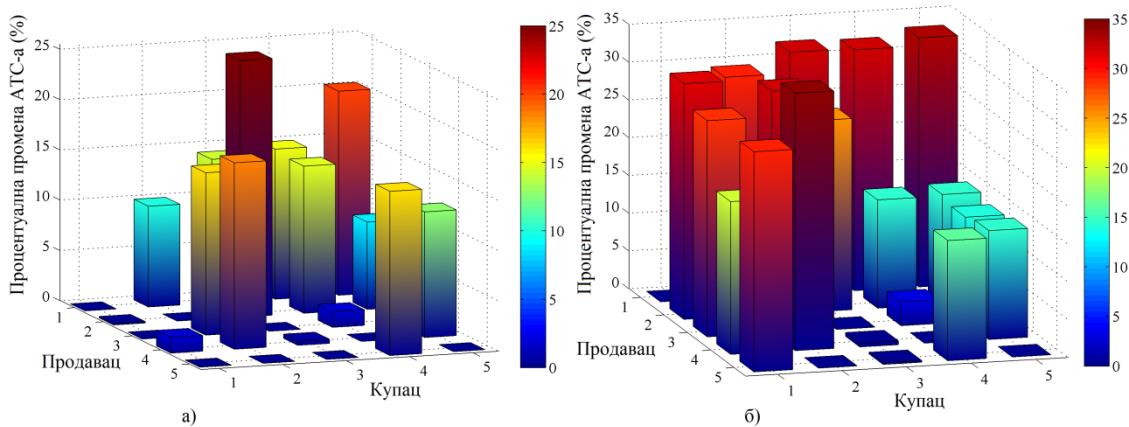
		Купац				
		1	2	3	4	5
Продавац	1	/	54.2004	69.7806	65.4990	55.0667
	2	192.1516	/	262.8844	245.7223	113.1581
	3	267.3028	204.7448	/	143.4375	141.9684
	4	248.1289	243.4627	189.6677	/	150.9190
	5	206.6468	280.2077	290.0160	289.4720	/

ност и да ограничење по напону нема велики утицај на ову трансакцију. Када се узму у обзир и токови реактивне снаге, резултати приказани у табели 5.7, максимална снага која се може пренети овом трансакцијом је 280.2077 MW. Ако би се посматрала само ова трансакција као репрезентативан пример донео би се погрешан закључак да једнокорачна метода даје доволно добре резултате.

Да би се проверила тачност ове тврђење доволно је само погледати резултате спроведених анализа за трансакцију између чворова 1 и 5. Теоретска максимална снага која се може пренети овом трансакцијом је 82.1818 MW, табела 5.4. Узимајући у обзир напонска ограничења, вредност ATC-а за ову трансакцију пада на 65.4965 MW, табела 5.6. Када се у обзир узму и токови реактивних снага по гранама мреже вредност ATC-а се смањује на 55.0667 MW, табела 5.7.

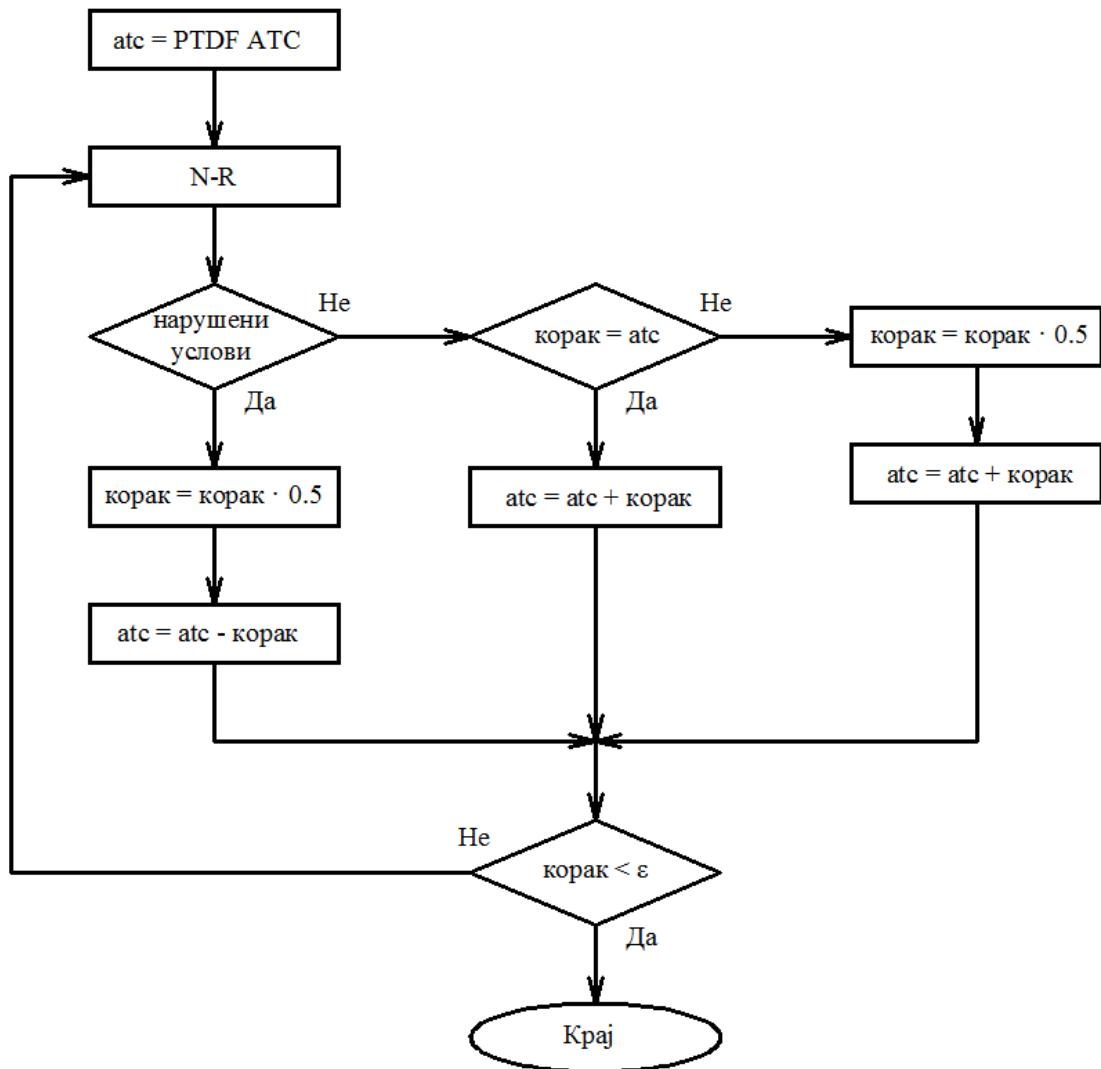
Слика 5.12 приказује процентуалну промену вредности ATC-а израчунате у претходним анализама у односу на вредности ATC-а која је израчуната помоћу једнокорачне DC методе. На слици 5.12 а) су приказани резултати прве анализе када су разматрана само напонска ограничења. Док су на слици 5.12 б) приказани резултати када су уважени и токови реактивних снага. Из ових резултата се може приметити да токови реактивне снаге по гранама мреже имају значајан утицај на вредност ATC-а.

Да би се проверила тачност одабраних оптимизационих алгоритама за проверу резултата је коришћена RPF метода. На слици 5.13 је приказан алгоритам понављајућих токова снага који се користи за одређивање максималне висине трансак-



Слика 5.12. а) Проценат промене вредности ATC-а када су уважавана само напонска ограничења, б) Проценат промене вредности ATC-а када су уважавана сва релевантна ограничења.

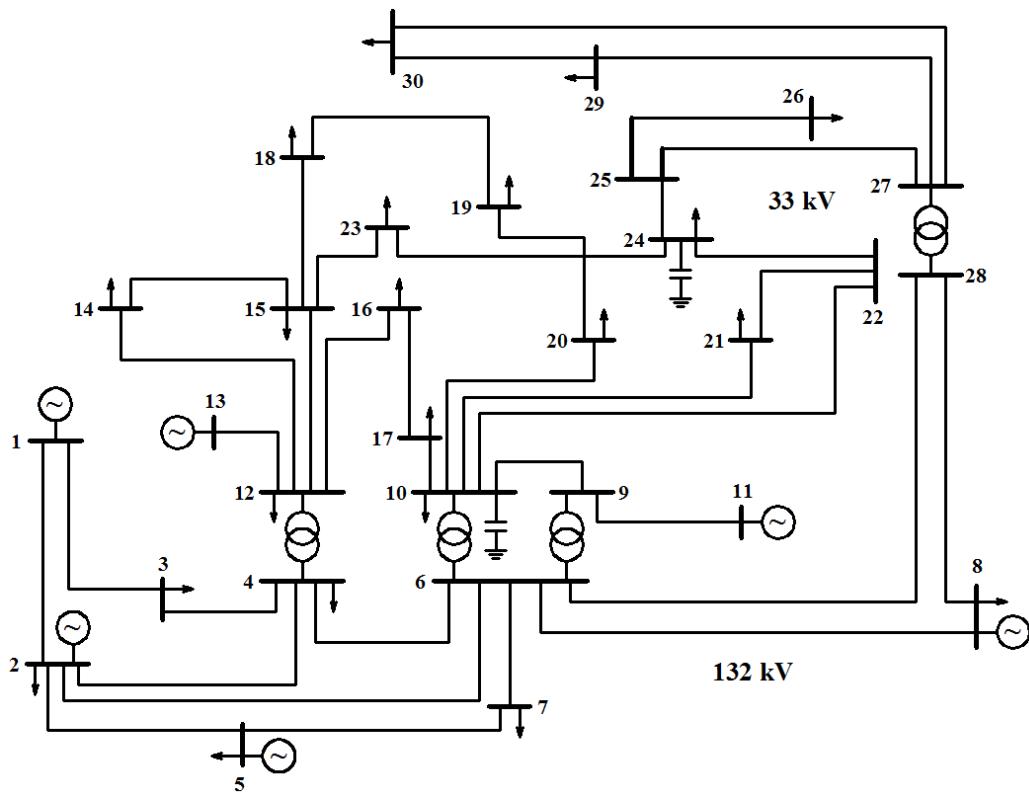
ције, при чему  $\epsilon$  представља унапред дефинисани корак заустављања. Као што је већ наведено, овом методом је могуће израчунати вредности ATC-а билатералних и мултилатералних трансакција. За почетни корак је усвојена вредност од 50 MW. Прорачун се зауставља када вредност корака опадне испод 0.001% од почетне вредности. Средње време израчунавања вредности ATC-а билатералних трансакција овим путем износи 1.0656 s за модификовани IEEE 30 сабирнички систем. Детаљном анализом испада свих грана разматране преносне мреже установљено је да би за велики број испада ова тестица била преоптерећена. У циљу посматрања утицаја свих могућих испада грана на вредност ATC-а поменути систем је модификован. Модификација се састојала у смањивању потрошње за 25% и дуплирању најкритичнијих грана. Применом прорачуна оптималних токова снага



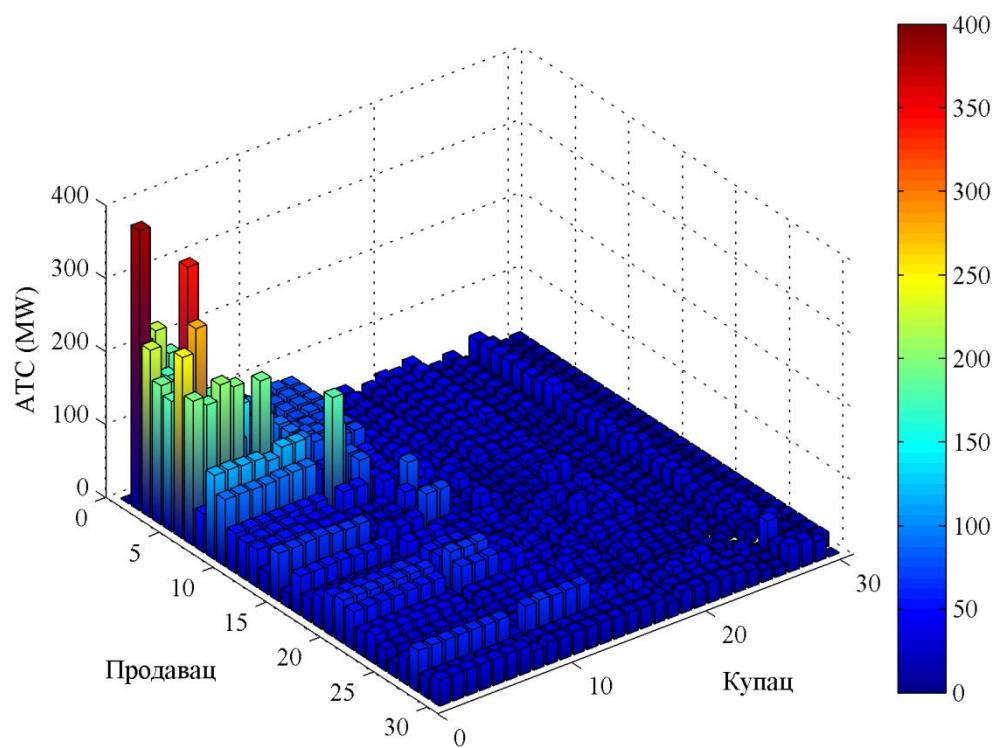
Слика 5.13. Алгоритам понављајућег прорачуна токова снага.

одређене су вредности снага производње свих генератора и модула напона генераторских сабирница.

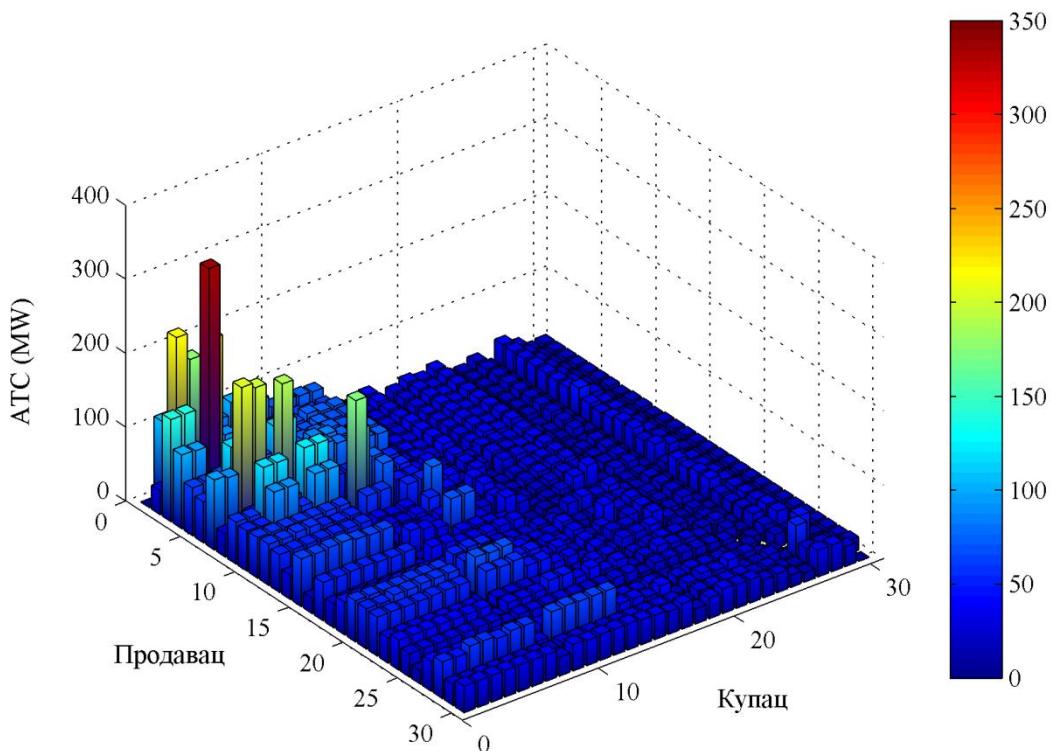
Због велике количине података и непрегледности табеларног приступа, приказ свих комбинација билатералних трансакција за модификовани IEEE 30 сабирнички систем, чија је шема приказана на слици 5.14, је урађен помоћу слике 5.15. На слици су приказане вредности ATC-а израчунате једнокорачном DC методом без корекције термалних ограничења услед токова реактивне снаге. Због угађене ауто корекције максималне вредности трансакције у предложени алгоритам и ради уштеде времена које би се трошило на израчунавање корекције термалних ограничења ова корекција је изостављена за посматрану мрежу. На слици 5.16 су приказани резултати добијени применом RPF методе за мрежу без испада. Слика 5.17 приказује процентуалну разлику између ова два приступа израчунавања вредности ATC-а. Као што се може приметити, у малом броју случајева DC метода је давала мање вредности у односу на RPF методу. Управо због ове чињенице је оправдано повећање границе контролних променљивих за 30% у односу на вредности добијене DC методом када се за израчунавање ATC-а билатералних трансакција користе оптимизационе методе.



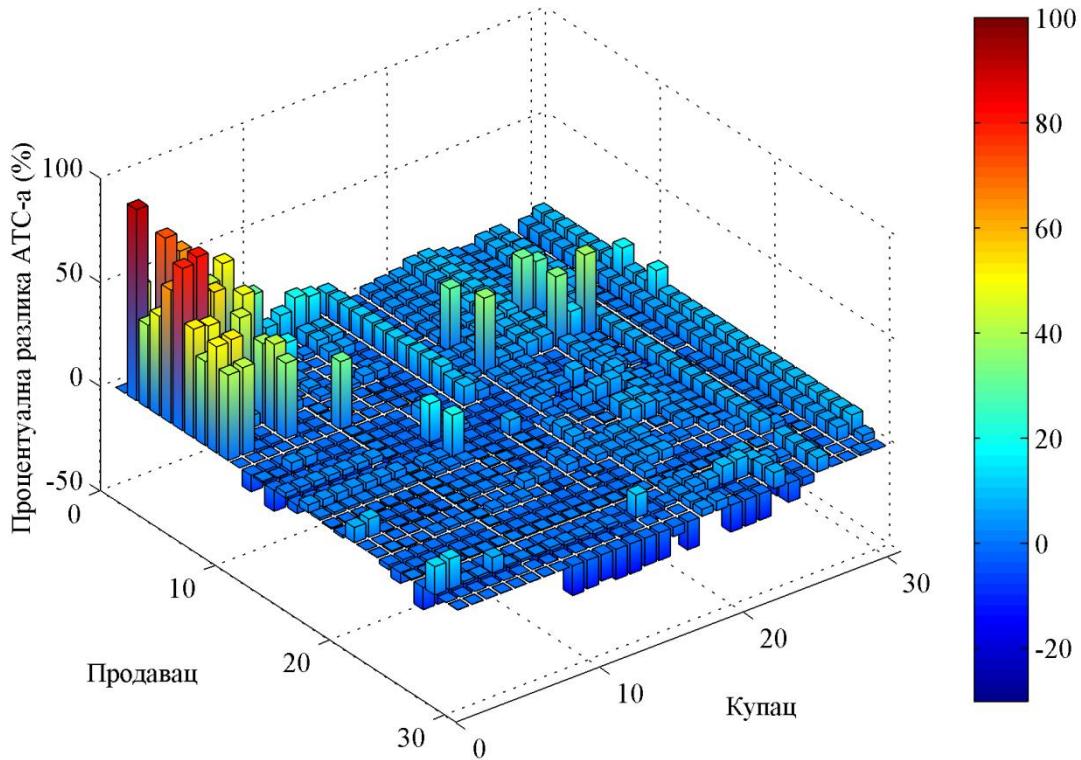
Слика 5.14. IEEE 30 сабирнички систем.



Слика 5.15. Вредност ATC-а израчуната једнокорачном DC методом.



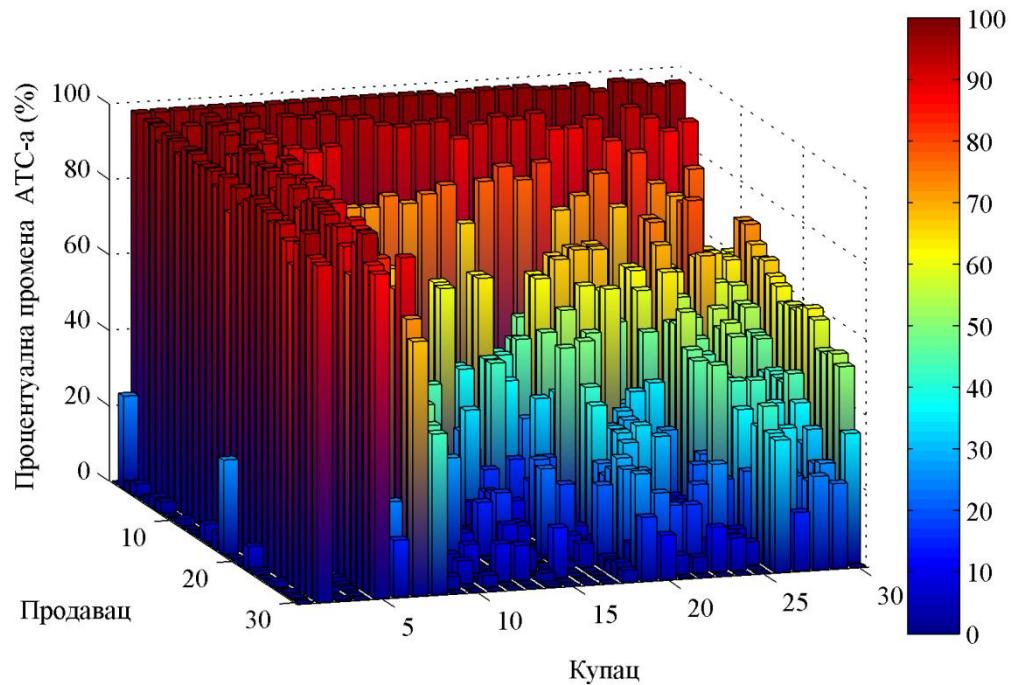
Слика 5.16. Вредности ATC-а израчунате RPF методом за мрежу без испада.



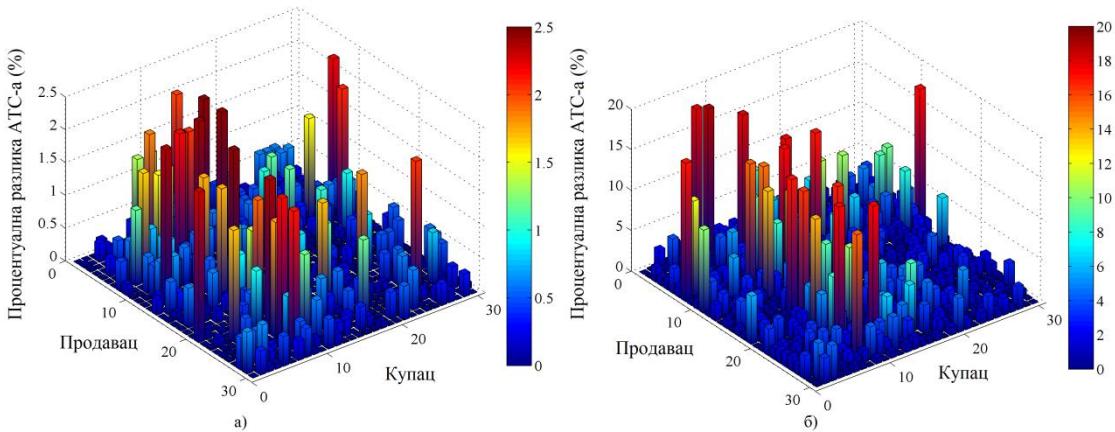
Слика 5.17. Процентуална грешка DC методе за модификован IEEE 30 сабирнички систем.

Како што се са слике 5.17 може видети апсолутна вредност процентуалних грешка које су настале приликом употребе DC методе је само у 5.52% случајева износила више од 15%. Максимална вредност грешке у једном случају је износила 91.63%. Средња вредност грешака свих трансакција износи 6.23%. Већа средња вредност грешака се добија због постојања малог броја грешака са великим вредностима. Больји увид се постиже употребом медијана који за овај случај износи 3.75%. Као што је у [126] речено овако малу грешку у израчунавању вредности ATC-а применом DC методе је могуће постићи само када преносни систем није превише оптерећен. Међутим, када би се исти прорачун применио на немодификован преносни систем поменуте грешке би биле знатно веће, слика 5.18. Максимална грешка код немодификоване преносне мреже је изноила 98.25%, док су медијан и средња вредност износили 22.44% и 31.21%, респективно.

Процентуална разлика између модификованог генетског алгоритма (MGA) и RPF-а је приказана на слици 5.19 а). Као што се са слике може видети добијени су резултати са малим грешкама. Средња вредност грешке код овог прорачуна изно-



Слика 5.18. Апсолутна вредност процентуалних грешак DC методе за немодификован IEEE 30 сабирнички систем.



Слика 5.19. Процентуална разлика између RPF методе и: а) модификованих генетског алгоритма, б) алгоритма црне рупе.

си 0.64%, док је вредност медијана 0.0242%. Током израде ове дисертације развијени су сви алгоритми оптимизације описани у трећем поглављу. Приликом писања ових програма, у програмском језику MATLAB 2014a, нису коришћени уграђени *toolbox*-ови. Тестирањем ових алгоритама стандардним функцијама за проверу [144], које су дате у другом прилогу, установљено је да алгоритам под називом „Black Hole“ (BH) показује најбоље особине што се тиче брзине израчунавања и

проналажења глобалног оптимума функције. Предложена процедура која се заснива на употреби MGA се једноставно може применити на ВН алгоритам. И у овом алгоритму се ради само са изводљивим решењима. За разлику од MGA овај алгоритам ради са реалним бројевима, тако да у процесу ауто корекције горњег ограничења управљачке променљиве није неопходно вршити поновно кодирање свих претходних изводљивих решења. Поред мањег броја корака самог алгоритма, прорачун токова снага се позива максимално два пута за сваку звезду, док је код MGA прорачуна токова снага минимално извршаван два пута за сваки хромозом. На слици 5.19 б) су приказана процентуална одступања вредности израчунатих помоћу ове методе у односу на вредности добијене употребом RPF методе. Медијан и средња вредност грешака ВН методе износе 0.93% и 1.80%, респективно. Погледом на слику 5.19 б) може се стећи лоше мишљење о овој методи, међутим само у 2.76% случајева грешка је већа од 10%.

Поред тачности од велике је важности и брзина израчунавања вредности ATC-а. Просечно време које је потребно да се израчунава вредност ATC-а једне билатералне трансакције у IEEE 5 сабирничком систему применом MGA износи 2.8 s, док то време за IEEE 30 сабирнички систем износи 24.08 s по трансакцији. Ово време за други оптимизациони алгоритам износи 18.08 s. Може се приметити да MGA даје боље вредности због угађених побољшања, али управо та побољшања додатно успоравају процес израчунавања.

Треба имати у виду несавршеност података са којима располаже оператор преносног система, тако да израчуната вредност ATC-а може да представља само добру претпоставку стварне вредности ATC-а. Управо из ових разлога када је потребно уважити и утицај испада појединих грана преносног система, због великог броја комбинација брзина израчунавања је изузетно битна тако да је оправдано за израчунавање ATC-а користити ВН алгоритам.

Због приметног пораста времена израчунавања са порастом броја чворова и грана преносне мреже, и жеље за употребом алгоритма у реалном времену потребно је усвојити нека упрошћења. На пример, као локације могућих продаваца треба сматрати само оне чворове на које су прикључени генератори или други преносни системи преко интерконективних водова пошто једино они могу да врше снабдење електричном енергијом. Ако је набавка електричне енергије могућа само у

одређеним чворовима ово води ка новом упрошћавању и убрзавању процеса израчунавања свих трансакција. Међутим није пожељно еквивалентирати велике делове преносне мреже као једну тачку ради смањивања димензија проблема пошто би се тиме изгубиле информације о загушењу појединих водова што директно утиче на висину АТС-а. Да би се извршило еквивалентирање једног дела мреже потребно је урадити модификације одређених параметара постојеће мреже. Поменуте промене се односе на промену матрице сусцептанси, термалних ограничења водова као и снага ињектирања. Ове промене се своде на избацивање појединачних чвирова мреже. Нека се разматра избацивање чвора  $k$ , промене које при томе настају могу се израчунати помоћу следећих израза:

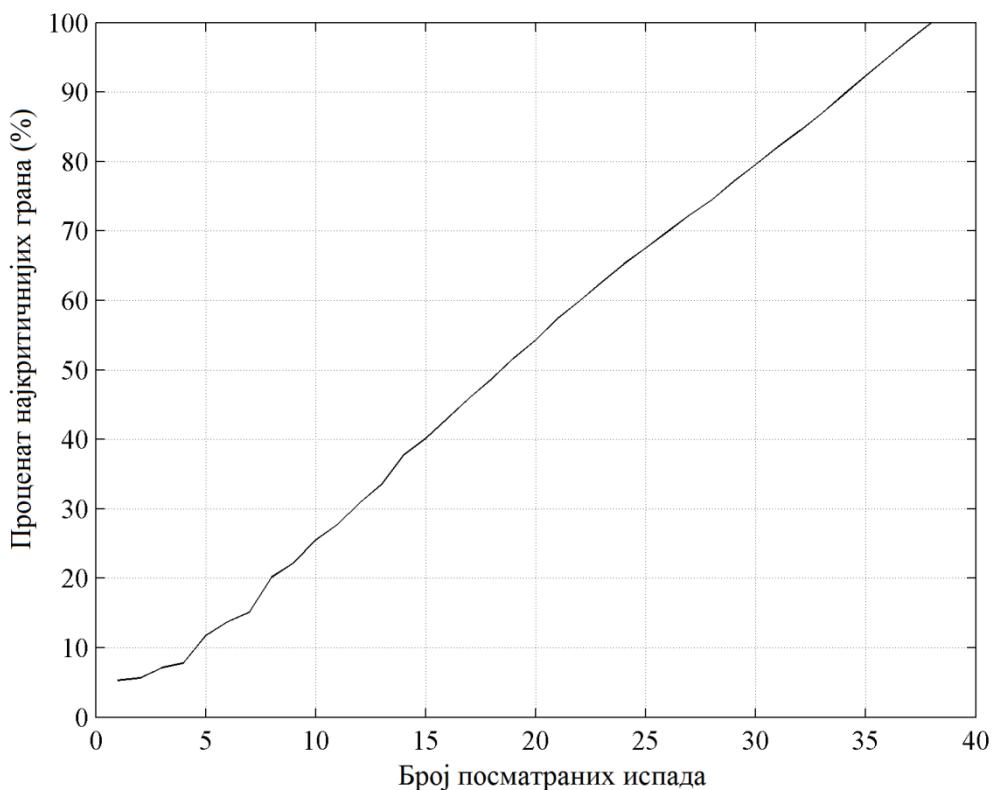
$$B_{novo}(q, w) = B(q, w) - \frac{B(q, k) \cdot B(k, w)}{B(k, k)}, \quad (5.76)$$

$$P_{term\ novo}(q, w) = P_{term}(q, w) \frac{B_{novo}(q, w)}{B(q, w)}, \quad (5.77)$$

$$P_{novo}(q) = P(q) - P(k) \frac{B(q, k)}{B(k, k)}. \quad (5.78)$$

Помоћу једначине (5.76) се рачунају промене у матрици сусцептанси, где  $B(q, w)$  представља елемент матрице сусцептанси на позицији  $(q, w)$ .  $P_{term}(q, w)$  представља термално ограничење елемента који спаја чврове  $q$  и  $w$ , док  $P(q)$  представља ињектирање активне снаге у чвор  $q$ .

Поступак налажења АТС-а разматране трансакције када се посматрају испади је идентичан већ описаном поступку. За сваки појединачни испад потребно је поновити описани поступак са новом топологијм преносног система. Прво се помоћу DC методе израчунају вредности АТС-а за све комбинације испада, након чега се резултати сортирају према растућем редоследу. Односно, од најкритичнијег испада до испада који има најмањи утицај на висину АТС-а. Ради упоређивања резултата, употребом ВН алгоритма који је користио АС модел преносне мреже испитивани су утицаји свих испада на висину АТС-а сваке билатералне трансакције. Слика 5.20 показује зависност између најкритичнијих грана израчунатих помоћу обе методе. Наиме, на апциси су постављени најкритичнији исади добијени применом DC методе, док је на ординати приказан процентуални удео трансакција код којих су се критични испади поклопили за оба прорачуна. Ово практично значи да ако се посматра смо најкритичнији испад добијен DC методом, само у

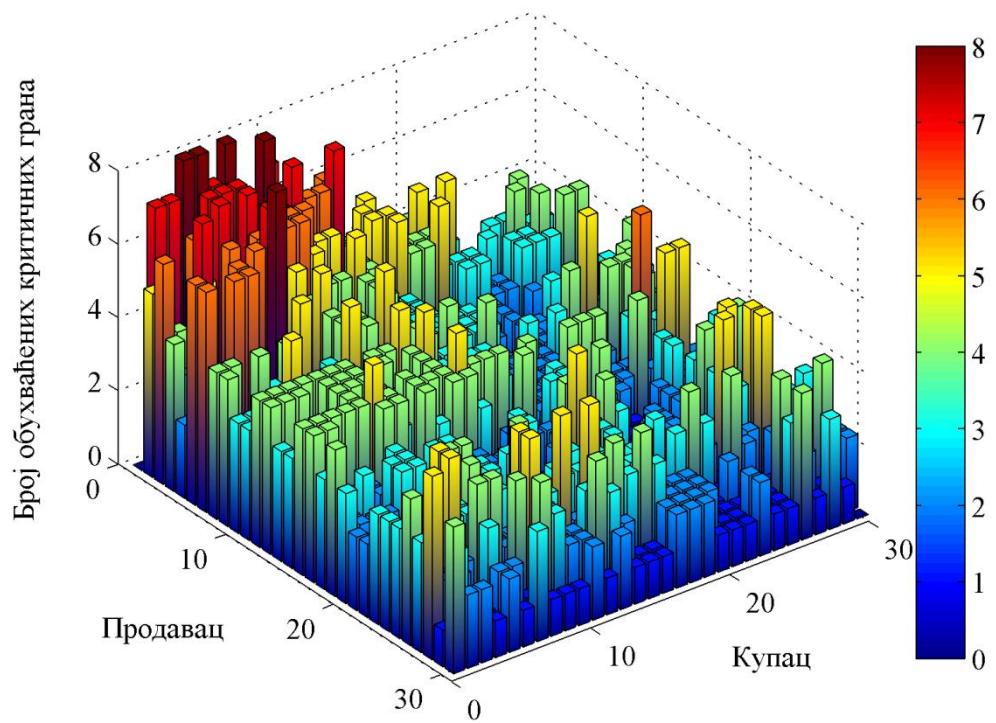


Слика 5.20. Подударање најкритичнијих испада.

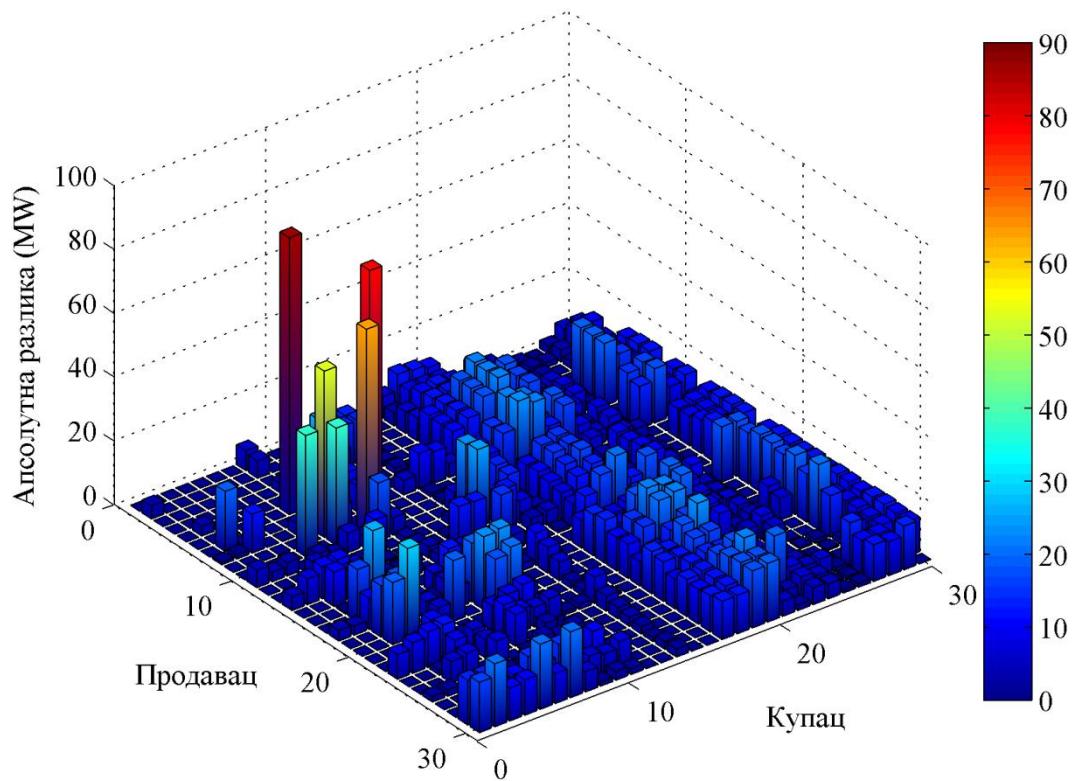
5.29% случајева свих могућих трансакција овај испад ће представљати ограничавајући фактор приликом примене АС модела мреже. Када се разматра првих 10 критичних испада добијених DC методом, за велики број трансакција ће бити уважени неки од најкритичнијих испада, мада ће и даље постојати трансакције за које није уважен ни један од првих 10 најкритичнијих испада, слика 5.21. Укупно постоји 17 комбинација билатералних трансакција код којих нису уважени најкритичнији испади, што чини 1.95% од укупног броја билатералних трансакција.

На слици 5.22 је приказано упоређивање резултата прорачуна када су уважавани сви испади и када је уважавано само првих 10 испада добијених DC методом. Ово практично представља одступање најкритичнијег испада из скупа који је добијен употребом DC методе у односу на најкритичнији испад који је добијен разматрањем свих испада. Вредност медијана и средња вредност ових одступања износи 3.49 MW и 5.96 MW, респективно.

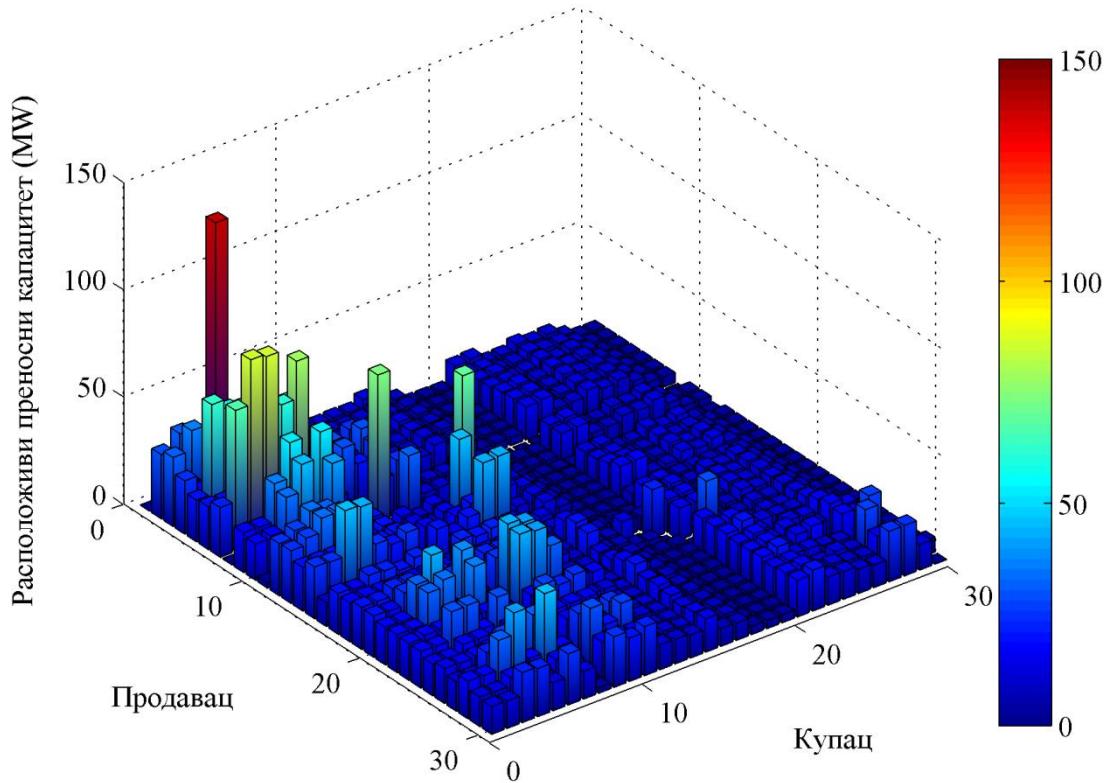
Вредности ATC-а трансакција се сада могу израчунати помоћу израза (5.44). На слици 5.23 ради боље прегледности резултата су приказане вредности ATC-а свих могућих билатералних трансакција када су уважавани испади грана преносног



Слика 5.21. Број обухваћених критичних испада.



Слика 5.22. Грешка услед уважавања само одређеног броја критичних испада.



Слика 5.23. Вредности расположивог преносног капацитета билатералних трансакција када се уважавају испади водова.

система. Увидом у резултате установљено је да је само код пет трансакција вредност ATC-а у базном стању била мања у односу на најкритичнији испад, као што је и било очекивано [52].

Приликом израчунавања ATC-а између групе производача и групе потрошача, мултилатерална трансакција, могуће је помоћу погодне пренумерације чвррова и употребом једначина (5.76) – (5.78) смањити димензије проблема. Овим еквиваленцијама проблем се своди на налажење ATC-а билатералних трансакција који се може решити претходно описаном методом. Међутим, коришћење оваквог приступа најчешће доводи до лоше интерпретације стања у преносној мрежи.

И код овог проблема поступак налажења решења креће од једнокорачне методе. За одређивање максимума разматране трансакције коришћени су AC коефицијенти осетљивости. Као што је речено код описа једначина (5.15) и (5.16) у вектор дисбаланса са позитивним предзнаком се уписује процентуални удео сваког продавца, а са негативним предзнаком процентуални удео сваког купца у снази трансакције. Даљи поступак израчунавања вредности ATC-а је идентичан поступку који је описан у поглављу 5.3.

Авто корекцију висине трансакције је могуће користити и код ове врсте трансакција, тако да све добре особине описане методе и даље важе. Једина промена код рачунања вредности ATC-а мултилатералних трансакција у односу на билатералне се односи на начин израчунавања снага ињектирања у чворове пре позива N-R прорачуна. Алгоритам је прво тестиран на немодификованим IEEE 30 сабирничком систему за одабрани скуп продаваца и купаца. У првом примеру учесници трансакције су бирани произвољно из обе области, SN и VN. Чворови учесника трансакције и њихов процентуални удео у висини трансакције су приказани у табели 5.8. Максимална снага која се може пренети између ових чворова износи 36.49 MW. Са оваквом расподелом генератори у чворовима 5, 16 и 20 ће производити 10.947 MW, 7.298 MW и 18.545 MW, респективно. Приликом одабира чворова производње усвојена је претпоставка да у чворовима 16 и 20 постоји производња. Иста претпоставка је важила за све билатералне трансакције које су полазиле из чворова у којима у оригиналној мрежи не постоји производња.

У радовима који се баве овом тематиком најчешће се разматрају трансакције између области. Разматрану мрежу су скоро сви аутори делили на два дела и посматрали колико се снаге може пренети из једне у другу област. При томе су само проверавали изводљивост таквих трансакција а нису тражили колико се таквом трансакцијом може максимално пренети снаге [15, 18, 21, 36]. Ради упоређивања резултата овакве анализе и анализе која ће бити спроведена одмах после претходни поступак је поновљен за скуп чворова који је приказан у табели 5.9. За овакав распоред производње и потрошње између ове две области могуће је пренети 24.9 MW.

Табела 5.8. Учесници мултилатералне трансакције.

	Продавци				Купци		
Чвор	5	16	20	4	22	23	25
Удео (%)	30	20	50	20	30	40	10

Табела 5.9. Учесници мултилатералне трансакције између различитих области.

	Продавци				Купци		
Чвор	2	5	7	8	15	22	25
Удео (%)	25	25	25	25	25	25	25

Да би се установило да ли ова снага представља максималну снагу размене између одабраних чворова а самим тим и између области одрађена је оптимална процентуална расподела снаге по продавцима и купцима. Ова анализа је спроведена помоћу дуплог ВН алгоритма. ВН алгоритам у првом степену је вршио процентуалну расподелу по разматраним чворовима, док је у другом степену помоћу ВН алгоритма одређивана вредност ATC-а такве трансакције. У табели 5.10 је приказана процентуална расподела која представља решење описаног поступка. Вредност ATC-а за овакву трансакцију износи 51.5443 MW. Међутим, због сложености самог поступка време које је потребно да се нађе овакво решење је неприхватљиво (6.23 сата) за употребу у реалном времену.

У циљу убрзавања целокупног процеса добијања решења, вредности ATC-а у другом степену алгоритма се рачунају помоћу AC PTDF-а за сваку комбинацију процентуалне расподеле која се генерише у првом степену. Након добијања расподеле, потребно је извршити прорачуна ATC-а неком од горе поменутих метода (GA, ВН или RPF). У табели 5.11 је приказана процентуална расподела добијена методом код које се у другом степену вредност ATC-а одређује помоћу AC PTDF-а. Вредност ATC-а ове трансакције износи 28.08 MW. Иако је време извршења прорачуна прихватљиво за употребу у реалном времену (4 минута), разлика у односу на оптималну расподелу није занемарљива.

Управо због ове чињенице у другом степену алгоритма је коришћена RPF метода, код које је за почетни корак бирана вредност ATC-а која је израчуната помоћу AC PTDF-а. У табели 5.12 је приказана процентуална расподела добијена употребом RPF-а. Вредност ATC-а за овакву расподелу трансакције износи 53.14 MW. Као

Табела 5.10. Оптимална процентуална прерасподела добијена употребом ВН.

	Продавци					Купци		
Чвор	2	5	7	8	15	22	25	30
Удео (%)	45.91	18.32	13.12	22.65	37.72	43.64	9.6	9.04

Табела 5.11. Процентуална прерасподела добијена помоћу AC PTDF-а.

	Продавци					Купци		
Чвор	2	5	7	8	15	22	25	30
Удео (%)	16.9	25.79	18.12	39.19	29.81	24.21	24.13	21.86

што се може приметити, добијена вредност је већа у односу на случај када је у оба степена коришћен ВН алгоритам. Време које је потребно да би се извршила ова процедура је 10.4 минута. Одавде следи да метода која у другом степену користи RPF представља методу која се може користити у реалном времену.

Да би се успешно решавао проблем загушења приликом дефинисања вредности АТС-а између области неопходно је уважити и испаде грана преносног система. Усвојена је претпоставка да сви трансформатори у модификованим IEEE 30 сабирничком систему представљају интерконективне гране. У табели 5.13 је дата претпостављена процентуална расподела мултилатералне трансакције по продавцима и купцима. Када се посматра само базно стање, без испада, између ових области је могуће пренети 71.61 MW. Ако се поред базног стања разматрају само испади интерконективних грана, испадом најкритичније гране (трансформатор између чворова 6 и 9) максимална снага размене опада на 31.04 MW. Када се посматрају сви испади у продајној области, испадом гране између чворова 1 и 3 вредност максималне размене опада на 23.57 MW. Испадом најкритичнијег вода у куповној области, вод између чворова 24 и 25, максимална вредност ове трансакције ће опасти на 1.34 MW. Због великог броја грана у стварним преносним системима оператори преносних система приликом одређивања АТС-а између области разматрају само испаде интерконективних грана.

Проблем решавања загушења је изразито нелинеаран, исто као и проблем оптималних токова снага. При томе треба бити свестан чињенице постојања више локалних оптимума као и немогућности потврде да нађено решење представља глобално оптимално решење. Као што је раније речено, код решавања загушења

Табела 5.12. Процентуална прерасподела добијена употребом RPF-а.

Чвр	Продавци					Купци		
	2	5	7	8	15	22	25	30
Удео (%)	32.84	14.81	32.23	20.12	35.09	34.31	27.26	3.35

Табела 5.13. Претпостављена процентуална расподела.

Чвр	Продавци					Купци		
	1	2	3	7	15	22	25	30
Удео (%)	30	15	30	25	35	35	25	5

постоји више управљачких променљивих где свака представља снагу појединачне трансакције. Горња ограничења ових управљачких променљивих представљају жељене снаге преноса сваке од трансакција. Пошто се и у овом случају тражи максимум, фитнес функција и објективна функција имају исти облик који се може приказати помоћу следећег израза:

$$F_i = \sum_{j=1}^D P_{trans\ j,i} \quad i \in [1, N], \quad (5.79)$$

где  $P_{trans\ j,i}$  представља снагу  $j$ -те трансакције  $i$ -тог агента (хромозома или звезде),  $D$  је број посматраних трансакција чије се смањивање разматра, док је  $N$  број чланова популације.  $F_i$  представља фитнес вредност  $i$ -тог агента. У циљу решавања овог проблема коришћен је ВН алгоритам.

Усвојена је претпоставка да оператор преносног система за одређивање АТС-а између области разматра само испаде интерконективних грана. Такође је усвојена претпоставка да се утицаји једноструких испада грана унутар продајне и куповне области могу занемарити, тј. да су локални оператори преносних система у стању да обезбеде сигуран пренос уговорене трансакције без обзира на локалне проблеме који могу настати. У циљу решавања загушења прво је потребно дефинисати скуп трансакција између области при чему њихов збир мора да превазилази вредност објављеног АТС-а. Прво ће се разматрати случај у коме се све трансакције могу редуковати. У табели 5.14 су приказани учесници свих трансакција као и максималне снаге које ови учесници желе да пренесу посматраним трансакцијама. Као што се може видети максимална снага сваке појединачне трансакције је мања од објављене вредности, 31.04 MW, међутим њихов збир је већи од ове вредности тако да долази до загушења. Због другачијег распореда снага трансакција у односу на случај за који је објављена вредност АТС-а између области, табе-

Табела 5.14. Решавање загушења.

Трансакција	$P_{trans}$ (MW)	Случај 1	Случај 2	Случај 3	Случај 4
$T_1: 1 \rightarrow 30$	12	10.81	12	11	5.15
$T_2: 2 \rightarrow 15$	10	5.87	7.48	10	12
$T_3: 5 \rightarrow 25$	20	18.71	15.81	6.93	1.09
$T_4: 7 \rightarrow 22$	20	18.86	18.09	18.05	17.86
$\Sigma$	62	54.25	53.38	45.98	36.10

ла 5.13, могуће је добити и већу снагу размене у односу на објављену вредност. Трећа колона (Случај 1) у табели 5.14 представља решење загушења када је могуће редуковати све трансакције. Као што се из резултата може видети укупна прихваћена снага за најкритичнији испад интерконективне гране (трансформатор између чврова 4 и 12) је знатно већа од објављене вредности ATC-а. Ово је директна последица разлике у планираном и стварном ангажовању производних агрегата. Ако су за неке трансакције понуђене веће цене за прелаз преко границе (интерконективних водова) у односу на друге трансакције такве трансакције се морају пропустити без обзира да ли ће њихово пропуштање смањити укупну пропусну моћ те интерконекције. У четвртој колони (Случај 2) је приказан случај када је трансакција  $T_1$  прихваћена у целости, док су остале трансакције претрпеле одређене редукције. Због релативно малог одступања од случаја у коме је могуће редуковати све трансакције постојаће само мала разлика у укупној снази размене између ових области. Међутим, ако се највећа цена понуди за трансакцију  $T_2$  (Случај 3 у табели 5.14) то би проузроковало драстично смањивање укупне снаге размене између ових области. Ако би се захтевало повећање трансакције  $T_2$  само за 2 MW, при чему она има предност у односу на друге трансакције то би значајно редуковало остале трансакције, Случај 4 у табели 5.14.

Оператор преносног система врши прорачун вредности ATC-а према суседним областима према препорукама које је дао ETSO-E [3], као што је речено у другом поглављу. Насумично повећавање и смањивање производње у продајној односно куповној области може проузроковати објављивање премале вредности ATC-а. Директна последица оваквог приступа је мања зарада од издавања прекограницчких капацитета. Да би се пронашла најбоља комбинација повећавања односно смањивања производње из појединих генератора описани алгоритам је потребно мало изменити. Независне променљиве код оваквог приступа представљају снаге повећања производње за генераторе у продајној области, и снаге смањења за генераторе у куповној области. Горње ограничење за сваки појединачни генератор који се налази у продајној области дефинисан је разликом између максималне снаге генератора и снаге коју генератор тренутно производи. Са друге стране разлика између тренутне снаге и минималне снаге коју може да производи сваки генератор представља горње ограничење за генераторе у куповној области. Критеријум-

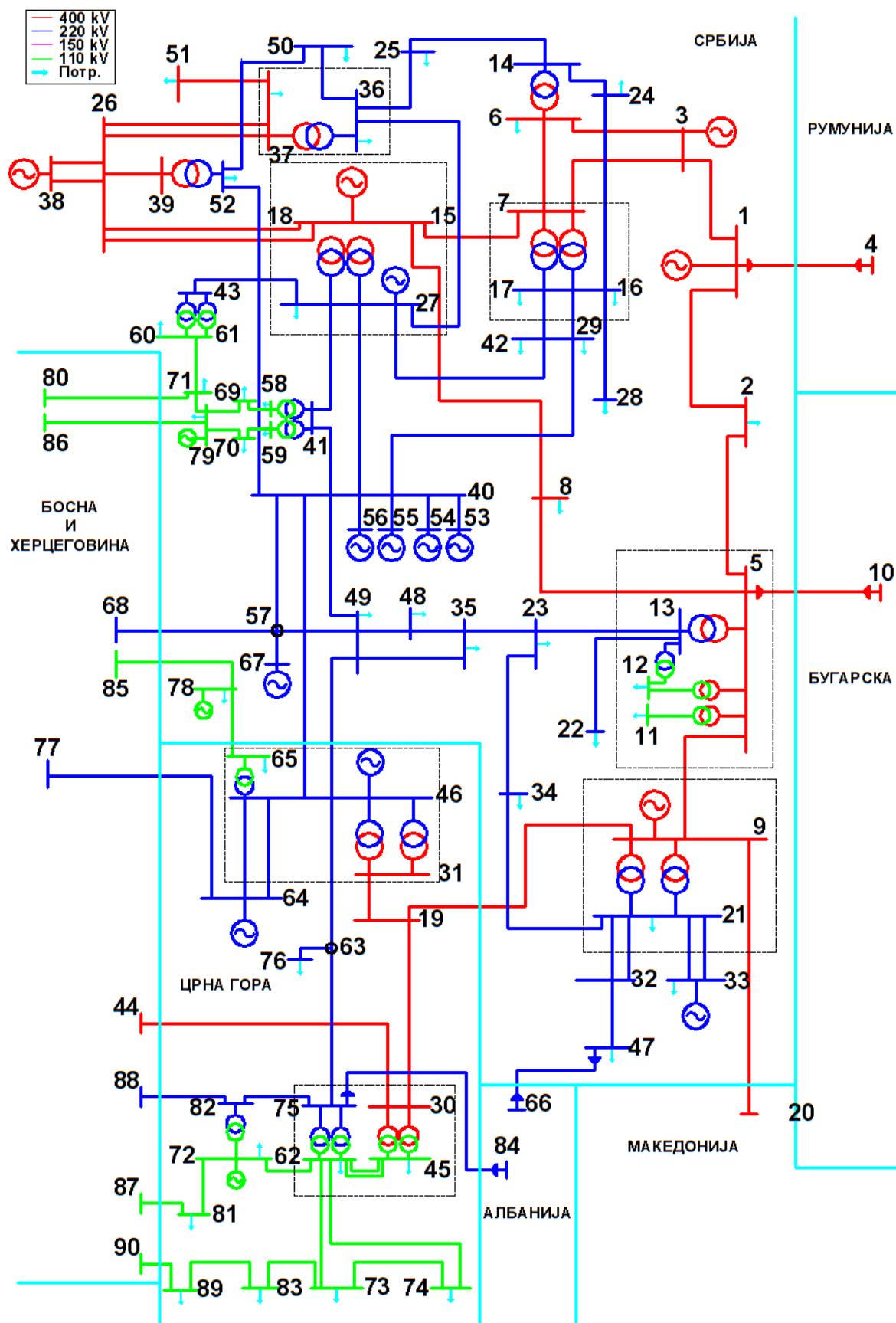
ска функција представља снагу размене између ова два система, односно једнака је суми повећања производње генератора у продајној области или суми смањења производње генератора у куповној области. На слици 5.24 је приказана преносна мрежа Србије и Црне Горе која је искоришћена за илустрацију разматраног проблема. У табели 5.15 је дат скуп генератора помоћу којих је одређивана максимална вредност ATC-а између Србије и Црне Горе за једно базно стање. Посматрано је укупно 80 случајева, базно стање и 79 испада. Испади елемената који проузрокују изоловање једног или групе чвррова од остатка мреже нису узимани у разматрање (нпр. испад вода између чвррова 65 и 78, испад трансформатора између чвррова 5 и 11, итд.). У табели 5.16 је приказано 10 најкритичнијих испада грана преносне мреже. Резултати спроведене анализе показују велику уједначеност

Табела 5.15. Листа генератора помоћу којих је вршено одређивање ATC-а између Србије и Црне Горе.

Продајна област (Србија)		Куповна област (Црна Гора)	
Број	Географска локација	Број	Географска локација
1	ХЕ Ђердан	46	ТЕ Пљевља
3	ТЕ Дрмно	72	ХЕ Перућица
15	ТЕНТА		
27	ТЕНТА		
79	ХЕ Зворник		

Табела 5.16. Листа најкритичнијих испада.

Број	Географско име	Чвр 1		Чвр 2	Географско име	ATC (MW)
		Број	Географско име			
40	Б. Башта	49	Пожега			400.6859
19	РП Рибаревине	30	Подгорица 2			619.5420
19	РП Рибаревине	31	ТПП Пљевља			623.2963
17	Београд 8	24	ХИ Панчево			689.3563
9	ТПП Косово Б	19	РП Рибаревине			699.4250
27	ТЕНТ А	43	Шабац			700.9827
40	Б. Башта	42	Београд 3			703.0278
63	Мојковац КТ	75	Подгорица 1			703.8595
70	Осечина	79	ХПП Зворник			704.2856
75	Подгорица 1	82	ХПП Перућица			704.3545



Слика 5.24. Преносна мрежа Србије и Црне Горе

висине АТС-а између Србије и Црне Горе за посматрано стање мреже осим за три најкритичнија испада. Испади преостала два интерконективна вода на листи нај-критичнијих испада се налазе на 11-ом (вод између чворова 46 и 49) и 69-ом (вод између чворова 40 и 46) месту. Када су све гране преносне мреже у погону између Србије и Црне Горе се може максимално пренети 760.0036 MW. Интересантно је приметити да би испадом поједињих водова између ове две области било могуће пренети већу количину енергије у односу на базно стање када су сви водови укључени. Тако на пример испадом вода између чворова 27 (ТЕНТ А) и 40 (Бајина Башта) између ове две области је могуће пренети 889.57 MW ако су све остale гране преносног система у погону.

Сума термалних ограничења сва три интерконективна вода (водови између чворова 9 и 19, 40 и 46, и 46 и 49) износи 1643.4 MW. Као што се може видети вредност АТС-а је знатно мања од једноставног сабирања максималних снага преноса појединачних водова као што је речено у првом поглављу.

У табели 5.17 је дата расподела повећања/смањења производње генератора у продајно/куповној области за приказане најкритичније испаде. Због већег броја управљачких променљивих и велике нелинеарности проблема нису се добијале исте вредности после сваког позивања програма. Прорачун је понављан три пута за свих 80 испитиваних случајева. Приказани резултати у табелама 5.16 и 5.17 представљају најбоља решења у сва три пролаза програма. У малом броју случаја-

Табела 5.17. Распоред повећавања/смањивања производње по генераторима.

Грана	Србија					Црна Гора	
	G <sub>1</sub> (MW)	G <sub>3</sub> (MW)	G <sub>15</sub> (MW)	G <sub>27</sub> (MW)	G <sub>79</sub> (MW)	G <sub>46</sub> (MW)	G <sub>72</sub> (MW)
40–49	52.9171	127.2355	153.0448	54.6425	12.8460	0	400.6859
19–30	56.1472	296.8523	158.8273	94.7152	13	137.4692	482.0728
19–31	54.6157	224.3571	249.4693	16.7175	9.6674	232.0626	391.2337
17–24	47.2478	256.7073	310.5779	52.6173	11.2721	260.4065	432.6986
9–19	45.1906	298.7418	327.1000	86.9492	0	260.9864	439.0186
27–43	31.5037	363	123.8008	37.5506	6.0865	261.7476	439.9963
40–42	33.9367	358.9628	257.6166	179.5980	2.6917	262.0575	441.2797
63–75	56.2143	363	174.0557	19.8119	11.2540	262.2161	447.8021
70–79	56.1728	320.4006	215.8252	105.1302	5.9270	262.2418	442.0695
75–82	55.8032	319.8154	327.1000	104.0878	8.2377	262.5195	442.1127

ва добијана је иста прерасподела повећања/смањења производње генератора приликом сваког позивања програма.

### **5.9. Одређивање оптималне локације и величине фотонапонске електране**

Као последица дерегулације и либерализације тржишта електричне енергије отворио се простор за нове учеснике на тржишту. Отварање тржишта електричне енергије и присуство нових произвођача на истом, доводи до побољшања квалитета и сигурности електроенергетског система. Поред овога, потрошачима се пружа могућност избора снабдевача, а самим тим ће произвођачи који имају скупљу производњу морати да се прилагођавају тржишту. Због глобалног загревања, а и обавеза које намеће Kyoto протокол, земље потписнице овог протокола су дужне да смање производњу гасова стаклене баште и донесу адекватну стратегију за замену конвенционалних извора енергије која раде на фосилна горива са обновљивим изворима енергије (ОИЕ). ОИЕ имају мањи утицај на околину у поређењу са електранама на фосилна горива. Поред гасова стаклене баште конвенционални извори узрокују и загађивање животне средине које се огледа у загађењу атмосфере, земљишта и воде. Истраживања су показала да је угљен диоксид један до главних узрочника (50-66%) повећања температуре на површини земље [145].

Енергија коју производе ОИЕ долази са минималном или никаквом производњом угљен диоксида. Тако да ће већа употреба ОИЕ смањити поменута загађења околине. Сагледајући све наведено, а и због сличне ситуације која влада у њиховој земљи, Турска [146] је направила план смањивања загађења и повећања енергетске независности пошто је велики увозник електричне енергије а поседује велики потенцијал у ОИЕ.

Познато је да су ОИЕ веома примамљива опција за снабдевање електричном енергијом подручја којима је преносна мрежа недоступна. Утицај ОИЕ на губитке активне снаге у дистрибутивној мрежи је описан у [147]. У [148] је развијена метода за димензионисање малих аутономних хибридних система који користе ОИЕ. Вишекритеријумска оптимизација је примењена за побољшање економске ситуације на острву Лезбос коришћењем ОИЕ [149] за подмирење потреба за електричном енергијом и топлом водом у комбинацији са постојећим системом за грејање.

Фотонапонска (PV) производња представља једну од најчешћих видова дистрибуиране производње. Овај вид производње очекује светла будућност првенствено због смањивања производних трошкова PV панела. Инсталација ових извора у дистрибутивној мрежи има неколико погодности (побољшање напонских прилика, смањивање губитака, смањивање врха потрошње). Постоји низ метода које се баве проблемом оптималног димензионисања и избора локације дистрибуираних генератора [150-152]. У [150] је развијена метода за налажење локације PV генератора која се заснива на напонским индексима осетљивости. После одабира локације, помоћу Monte Carlo технике одређена је максимална снага овог генератора. Elnashar, Shatshat и Salama [151] за решавање разматраног проблема су користили визуелни одабир најбољег решења после одрађене оптимизације. Mohammadi, Hosseiniyan и Gharehpetian [152] су развили методу за оптимални дизајн микро мреже хибридног система који се заснива на минимизацији укупне садашње вредности пројекта.

Због смањивања трошкова производње PV панела и загарантоване откупне цене електричне енергије у току трајања *feed-in* тарифе, инвеститори ће добити повраћај капитала за време трајања *feed-in* тарифе. У неким земљама инвестиирани новац ће се повратити и пре истека уговора, у зависности од гарантоване откупне цене електричне енергије. По истеку овог периода, PV електране које су се већ исплатиле улазе на тржиште електричне енергије са много мањим трошковима, а самим тим и са низом ценом, у поређењу са конвенционалним изворима који раде на фосилна горива. Због ове чињенице, PV електрану је могуће посматрати као електрану која ће увек радити и продавати целокупну производњу. У разматрање ће се узети период са максималном потрошњом, а који се поклапа са максималном производњом из PV панела када је сунце највише, као и са периодом када је цена електричне енергије највиша на тржишту. За избор оптималне локације PV електране коришћен је критеријум максималног повећања ATC-а свих трансакција које крећу из чвора уграђења.

### 5.9.1. Предложени алгоритам

За налажење оптималне локације и величине фотонапонске електране у различитим мрежама коришћене су две методе. Прва и бржа метода се заснива на употреби DC модела мреже и даје приближну слику најбољег решења. Код мрежа са

великим бројем чврова, решења добијена помоћу ове методе могу да послуже ради бржег налажења решења применом друге методе, која користи GA и AC модел мреже, при томе елиминишући комбинације које проузрокују најмање повећање ATC-а. Коришћењем пуног AC модела мреже и употребом генетског алгоритма добијају се коначна решења разматраног проблема.

#### **5.9.1.1. DC метода**

Иако DC представа мреже занемарује губитке у систему, као и токове реактивне снаге и напонске прилике у мрежи, решења добијена овом методом дају добру основу за даљу претрагу. У циљу налажења оптималне локације и величине PV електране овом методом, коришћен је симболички прорачун. Када се за рачунање ATC-а користе симболи umesto бројева као резултат се добије симболички израз. Заменом бројних вредности параметара мреже и снага ињектирања добијају се вредности ATC-а без прерачунавања. Утицај PV електране на вредност ATC-а неке трансакције се одређује једноставним повећавањем снаге ињектирања чвора у коме се налази PV електрана. Локација и величина PV електране за коју се има највеће повећање вредности ATC-а према свим чворовима се бира за најбоље решење.

#### **5.9.1.2. GA метода и пун AC модел мреже**

Једноставном модификацијом алгоритма предложеног у поглављу 5.8 могуће је одабрати локацију за изградњу PV електране у којој ће вредности ATC-а према свим осталим чворовима у мрежи бити највеће. Пошто је овај задатак планерског типа, време израчунавања не представља ограничавајући фактор. Управо из тог разлога одабран је рад са модификованим генетским алгоритмом. За сваку локацију потребно је извршити  $n-1$  понављање поступка, где  $n$  представља број чврова у посматраној мрежи. Ово практично значи да је у трећем кораку алгоритма који је описан у поглављу 5.8 поред учесника трансакције потребно одабрати и потенцијалну локацију за изградњу PV електране. Сада су umesto једне независне променљиве у хромозому смештене две независне променљиве, од којих једна представља могућу величину PV електране у разматраном чвиру а друга висину трансакције између одабраних чврова мреже. И за овај проблем је потребно формирати изводљиву почетну популацију на већ описан начин. Пошто у овом проб-

лему постоји више од једне независне променљиве поступак ауто корекције граница није могуће применити. Последња разлика у односу на описани поступак се огледа у израчунавању фитнес вредности. Ову вредност је могуће израчунати помоћу израза [153]:

$$F_i = \mu_{PV} P_{PVi} + \gamma_P P_i, \quad i \in [1, N], \quad (5.80)$$

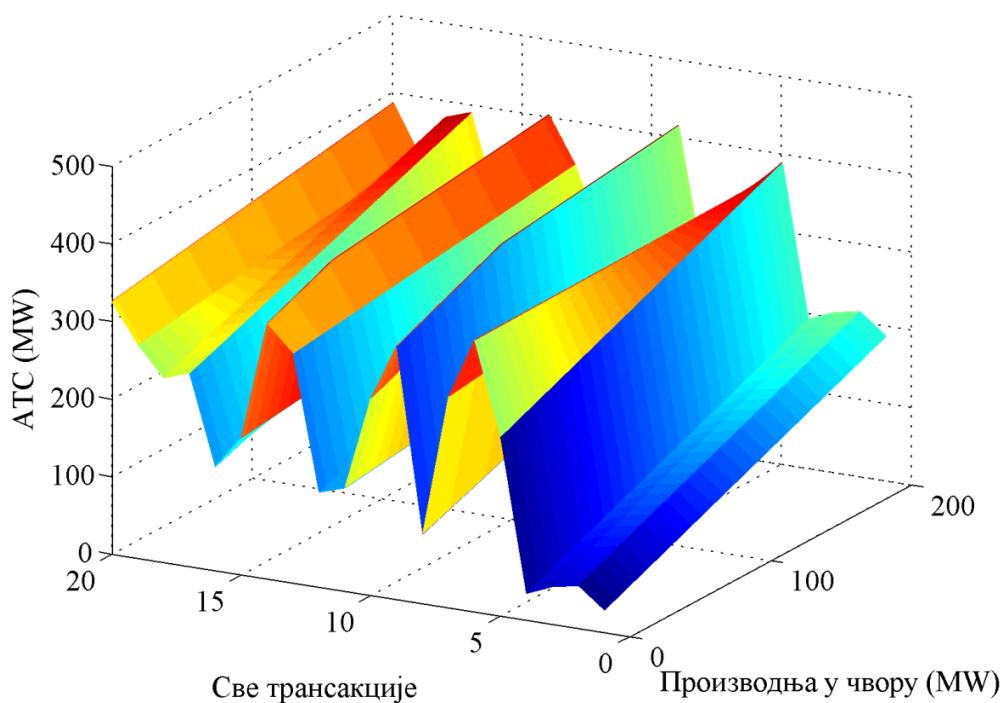
где је  $F_i$  фитнес вредност  $i$ -тог хромозома,  $P_i$  је вредност ATC-а трансакције  $i$ -тог хромозома,  $P_{PVi}$  је максимална снага PV електране  $i$ -тог хромозома,  $\mu_{PV}$  и  $\gamma_P$  су тежински фактори за максималну снагу PV електране и максималну снагу трансакције.

### 5.9.2. Резултати

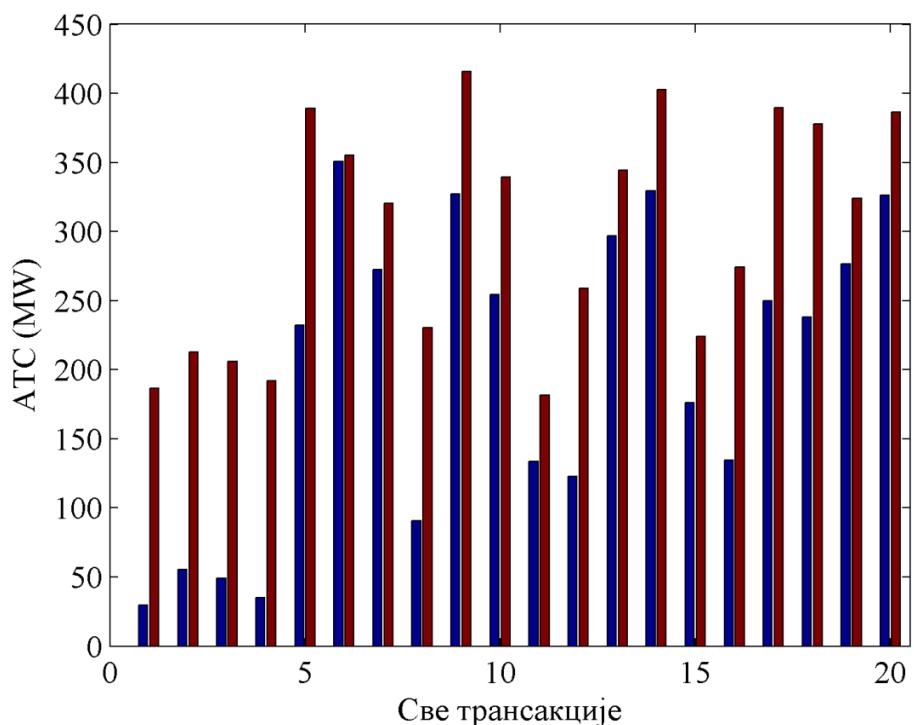
Предложене методе су примењене на IEEE 5, IEEE 30 и IEEE 33 [154] сабирничке системе. Обе анализа, DC метода и GA са AC моделом мреже, су одрађене за сваки од наведених система.

Прво ће се разматрати IEEE 5 сабирнички систем, за који је усвојена претпоставка да је у сваком чвору у коме се не налази генератор могуће изградити PV електрану чији би максималан капацитет износио 200 MW.

На слици 5.25 је приказана зависност ATC-а свих трансакција од повећања снаге производње у посматраном чвиру. Због уштеде простора приказана слика показује само решење за најбољу локацију, у овом случају то је чвр 5. Због величине посматране мреже у обзир су узимане све могуће билатералне трансакције, односно трансакције између било која два чвора  $i$  и  $j$ , где  $i$  и  $j$  могу узимати вредности од 1 до  $n$ , при чему је  $i \neq j$ , а  $n$  је укупан број чворова у посматраној мрежи. Трансакције су обележене од 1 до  $(n \times n - n)$ , што за мрежу од 5 чворова значи да је са 1 означена трансакција између чворова 1 и 2, док је са бројем 20 обележена трансакција између чворова 5 и 4. Највеће повећање вредности ATC за све трансакције ће бити ако се изгради PV електрана чија је максимална снага производње 200 MW. На слици 5.26 су приказане вредности ATC за све трансакције пре и после изградње PV електране. Са становишта власника електране, као независног учесника на тржишту електричне енергије, најважнија ствар је могућност продаје електричне енергије потрошачу са највећом понудом. Слика 5.26 показује да би се изградњом PV електране у чвиру 5 повећале вредности ATC-а од тог чвора ка



Слика 5.25. Зависност вредности ATC-а свих трансакција од инсталисане снаге PV електране у оптималном чвору.



Слика 5.26. Вредности ATC-а свих трансакција пре и после инсталације PV електране.

свим осталим чворовима мреже, и да су те вредности много веће од максималне снаге производње.

Употребом предложеног алгоритма са пуним АС моделом мреже и коришћењем ГА решен је проблем избора локације и величине PV електране за мрежу са 5 чворова. Резултати поменуте анализе су приказани у табели 5.18. Из резултата се види да би са изградњом PV електране чија је максимална снага већа од оне приказане у табели 5.18, количина снаге која би се могла продати одређеном купцу била смањена. На пример, ако се инвеститор одлучи да изгради PV електрану у чврту 3 чија је максимална снага 125 MW, ово би узроковало смањивање максималне снаге која се може продати чврту 1 на 140.4 MW, такође би се смањила и максимална снага размене између чвртова 3 и 2 на 204.2 MW и између чвртова 3 и 4 на 96.6 MW. Иако би се скоро целокупна производња од 125 MW могла продати било ком купцу, треба имати у виду да би са присуством нових извора који могу да се изграде на различитим местима у мрежи или због присуства транзита енергије кроз мрежу могло доћи до загушења и спречавања продаје електричне енергије по најбољој цени за произвођача. Чак и за разматрани случај где не постоје додатни извори, нови произвођач не би могао да прода целокупну производњу потрошачима који се налазе у чврту 4 ако би они нудили најбољу цену. Ако би се инвеститор одлучио да изгради PV електрану у чврту 4 са максималном снагом производње од 120 MW, могао би да прода целокупну производњу најбољем понуђачу без обзира где се он налази. Међутим, ако би се инвеститор одлучио да изгради PV електрану у чврту 5 са максималном снагом производње од

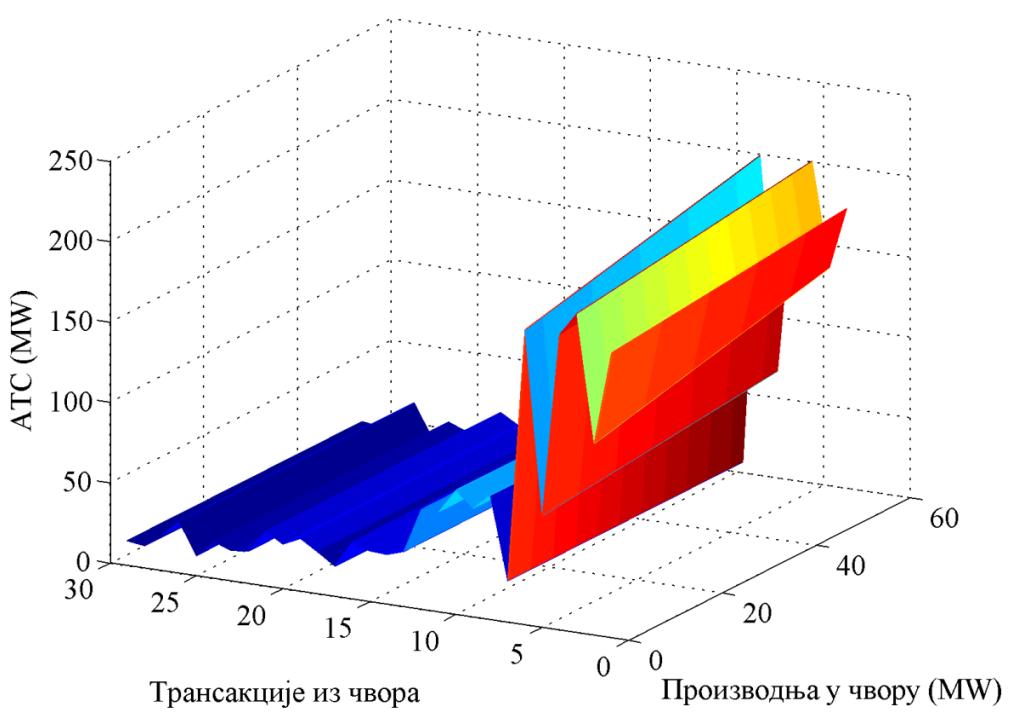
Табела 5.18. Оптимална величина PV електране са становишта висине ATC-а трансакција.

Продавац	Купац					
	1	2	3	4	5	
3	ATC (MW)	260.0	216.3	/	145.6	112.4
	PV (MW)	8	5	/	0	126.8
4	ATC (MW)	175.3	220.5	112.2	/	173.7
	PV (MW)	62.4	125	120.6	/	125
5	ATC (MW)	148.8	220.5	175.0	193.2	/
	PV (MW)	62.4	125	140.6	140.6	/

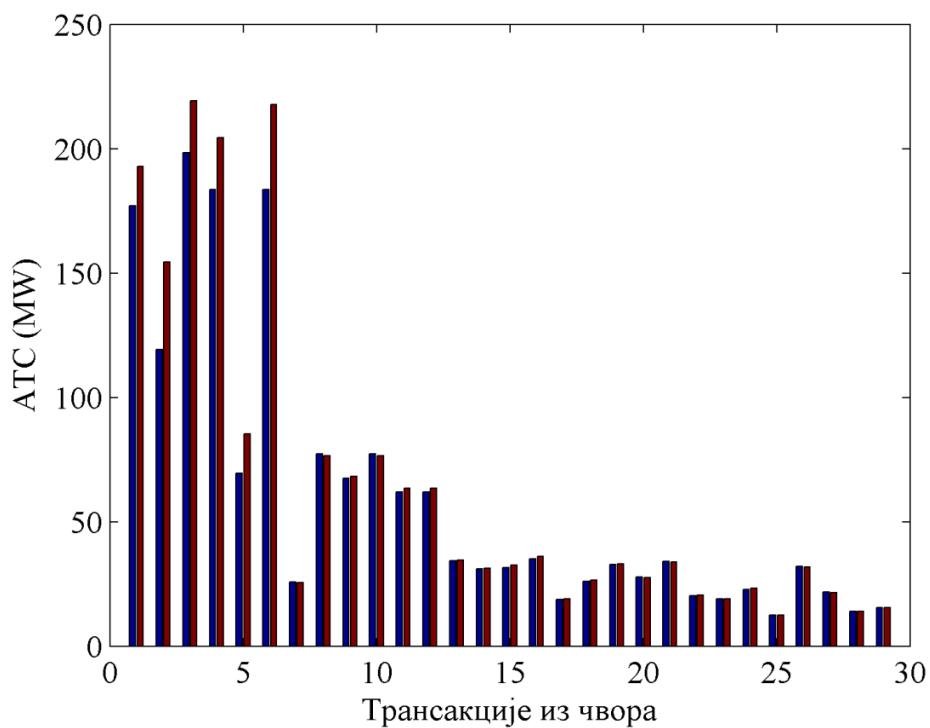
140 MW, не би био у могућности да прода целокупну производну купцу који би се налазио у чврзу 1. Због поменутих разлога чвр 4 представља најбољу локацију за изградњу PV електране, и као што се из резултата приказаних у табели 5.18 може видети вредност максималне снаге је скоро унiformна.

Обе од ових анализа су урађене за мрежу са 30 чворова. Употреба овог тест система је за циљ имала примену предложених алгоритама на преносну мрежу, где сваки чвр представља једно потрошачко подручје. За овај систем је усвојена претпоставка да се у сваком чврсу у коме није лоциран генератор може изградити PV електрана чија би максимална снага износила 50 MW. Помоћу DC методе одређена је локација у којој изградња PV електране има највећи утицај на вредности ATC-а. Резултати ове анализе су приказани на слици 5.27, при чему је приказана само зависност вредности ATC-а трансакција које иду од чвора 7, у коме ће се изградити PV електрана, ка осталим чвровима мреже. Разлог за посматрање само ових трансакција лежи у чињеници да је власник ове електране заинтересован само за повећање сопственог профита. Са слике 5.27 се види да се највећи утицај на вредности ATC-а посматраних трансакција има при максималној снази PV електране од 50 MW. Помоћу бар дијаграма на слици 5.28 су приказане вредности ATC-а ових трансакција за случај са и без PV електране у посматраном чвиру. Изградњом PV електране у овом чвиру највише би се утицало на максималну снагу која може да се пренесе ка чвровима који су у околини разматране локације изградње. Иако би се ова електрана налазила у близини већ постојећих конвенционалних извора, по истеку *feed-in* тарифе власник ове електране ће моћи да прода целокупну производњу зато што су његови трошкови далеко мањи од трошкова конвенционалних извора. Са овог становишта PV електрана би могла да преузме локалне потрошаче који су били приморани да купују скупљу енергију од конвенционалних извора. Са слике 5.28 се види да изградња PV електране у овом чвиру има занемарљив утицај на висину ATC-а ка удаљеним деловима мреже. Детаљнија анализа је спроведена употребом друге методе (GA и AC модел мреже) којом су потврђени претходни резултати. Због велике количине података резултати спроведене анализе су дати у табели 5.19 само за најбољу локацију.

У случају постојања других ограничења која нису техничке природе, на пример дефинисање максималне количине електричне енергије која се може откупити са



Слика 5.27. Зависност вредности ATC-а трансакција из чвора 7 ка осталим чвртовима од инсталисане снаге PV електране.



Слика 5.28. Вредности ATC-а трансакција из чвора 7 пре и после инсталације PV електране.

Табела 5.19. Оптимално решење за IEEE 30 сабирнички систем.

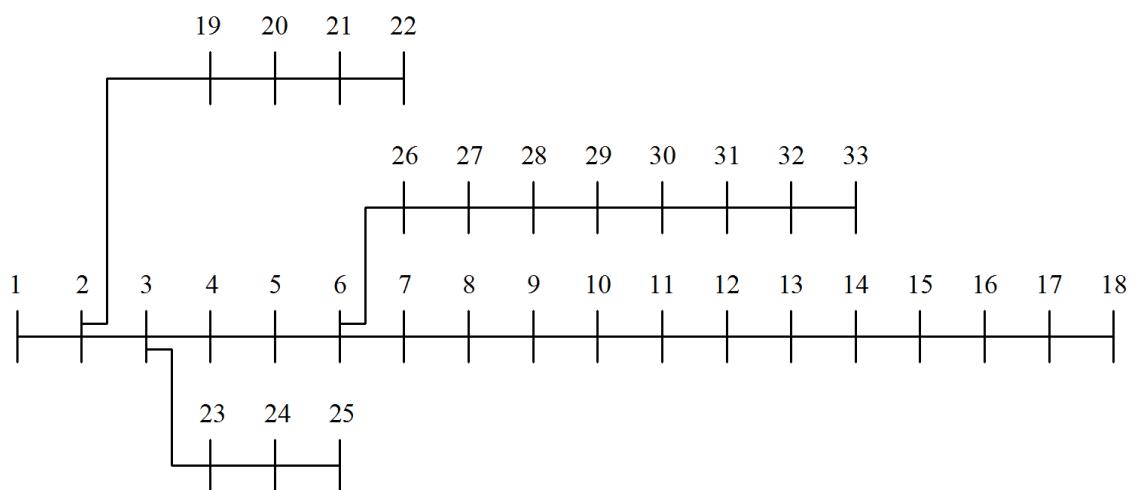
Чврт	ATC(MW)	PV(MW)	Чврт	ATC(MW)	PV(MW)
1	124.8	50	16	30.7	49.8
2	121.8	50	17	33.4	50
3	169.1	50	18	18.8	50
4	165.3	49.9	19	25.7	50
5	51.9	49.8	20	28.9	20
6	131.3	50	21	23.2	0
7	/	/	22	28.2	0
8	12.5	0	23	18	50
9	63.3	0	24	17.3	0
10	68.7	50	25	21	49.9
11	59.9	0	26	7.3	25
12	59	49.6	27	29.3	0
13	58	49.9	28	21.6	0
14	34.6	50	29	11.8	0
15	23.7	50	30	7.6	0

једне локације по повлашћеној цени која је одређена *feed-in* тарифом и друга решења постају конкурентна. Влада Републике Србије је донела закон по коме се гарантује откуп електричне енергије произведене из обновљивих извора енергије до 5 MW, са једне локације. Снага која превазилази ова ограничења може се продати на тржишту, при чему је тренутна цена електричне енергије мања од економски прихватљиве цене за производњу из PV електране. У табели 5.20 су приказани разултати поновљене анализе употребом GA и AC модела мреже, при чему су уважена и додатна ограничења. Ово решење постаје конкурентно претходно изложеном. Резултати анализе сугеришу да је изградња PV електране у чврту 28 прихватљива пошто је могуће целокупну производњу продати било ком чврту у посматраном систему а да се при томе не наруши ни једно ограничење.

У циљу успешне примене предложене методе на стандардну дистрибутивну мрежу, IEEE 33 чија је шема приказана на слици 5.29, неопходно је усвојити термална ограничења водова. У табели 5.21 су приказана усвојена ограничења. Такође је усвојена претпоставка да је у сваком чврту могуће изградити PV електрану укуп-

Табела 5.20. Конкурентно решење у присуству додатних ограничења.

Чвр	ATC(MW)	PV(MW)	Чвр	ATC(MW)	PV(MW)
1	55.4	5	16	31.7	4.9
2	24.4	4.9	17	36	5
3	55	4.9	18	18.4	5
4	56.7	4.9	19	25.2	4.8
5	30.3	5	20	30.4	4.9
6	55.7	4.9	21	23.8	5
7	55.6	5	22	28.4	5
8	20	5	23	19.8	5
9	58.7	4.9	24	18.3	5
10	61.6	5	25	19.9	5
11	58.8	5	26	7.2	0
12	48.9	5	27	33.7	5
13	59	4.8	28	/	/
14	34.3	5	29	8.8	0
15	27.4	5	30	6.2	0



Слика 5.29. Стандардна тест дистрибутивна мрежа.

не снаге 500 kW. Због велике густине становља, у градовима није могуће издвојити велике површине које би служиле само за постављање PV панела. Управо због тога је усвојена претпоставка да ће се PV панели постављати на кро-

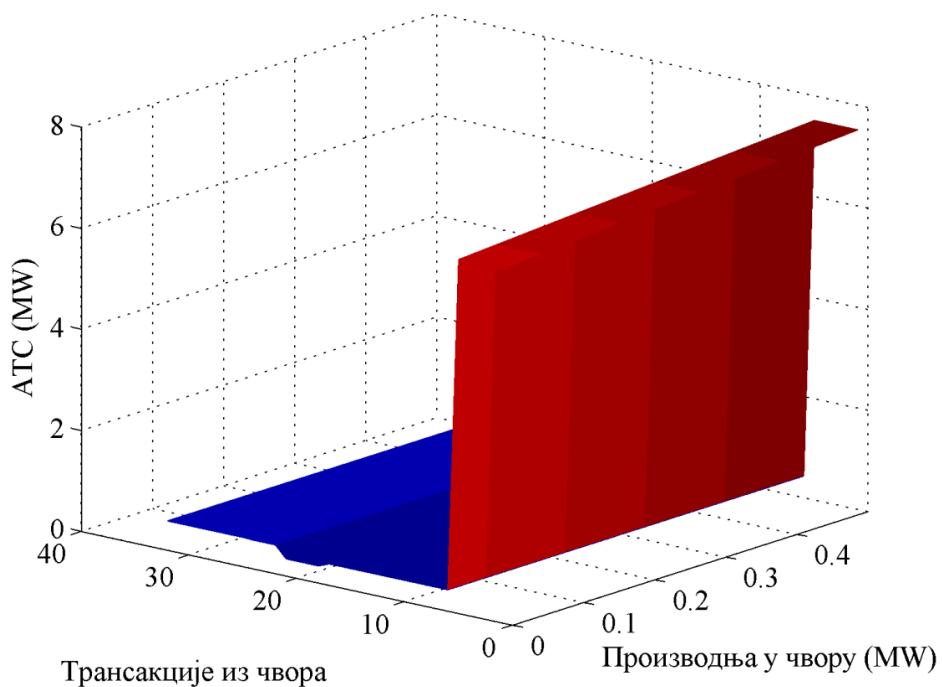
Табела 5.21. Термална ограничења за IEEE 33 сабирнички систем.

Грана			$S_{max}$ (MVA)		Грана			$S_{max}$ (MVA)		Грана			$S_{max}$ (MVA)		Грана			$S_{max}$ (MVA)	
1	2	5	9	10	1.5	17	18	1.5		6	26	1.5							
2	3	5	10	11	1.5	2	19	0.7		26	27	1.5							
3	4	5	11	12	1.5	19	20	0.7		27	28	1.5							
4	5	5	12	13	1.5	20	21	0.7		28	29	1.5							
5	6	5	13	14	1.5	21	22	0.7		29	30	1.5							
6	7	1.5	14	15	1.5	3	23	1.5		30	31	1.5							
7	8	1.5	15	16	1.5	23	24	1.5		31	32	1.5							
8	9	1.5	16	17	1.5	24	25	1.5		32	33	1.5							

вове објеката, а да чворови у мрежи представљају локације трансформаторских станица средњег на ниски напон. Предложена метода треба да послужи инвеститору који жели да уложи свој новац у изградњу мале PV електране у центру потрошње, при томе остављајући могућност трговине са областима изван ове дистрибутивне мреже.

Најбоља локација за изградњу PV панела на основу DC методе, са гледишта инвеститора, је чвор 6. На слици 5.30 је приказан утицај величине PV панела на вредности ATC-а трансакција између чвора у коме је планирана изградња и свих осталих чворова у мрежи. Из приказаних разултата се може видети да се целокупна производња може продати било ком чвору који је удаљенији од напојног чвора у односу на место изградње. Спровођењем детаљније анализе резултата установљена је немогућност продаје целокупне производње само малој групи потрошача. Главни узрок овог ограничења је усвајање различитих преносних капацитета водова. Друга метода (GA и AC модел мреже) је искоришћена у сврху провере DC методе.

У табели 5.22 су приказани резултати спроведене анализе за оптималну локацију, чвор 6. Спровођењем додатне анализе установљено је да минимална количина снаге која се може продати одређеној групи потрошача, када су PV панели са максималном snagом производње од 500 kW постављени у чвор 6, износи 0,22 MW. Ову снагу је могуће пренети између чворова 6 и 18 а да се при томе не наруши ниједно релевантно техничко ограничење. Предложени алгоритам се може искорис-

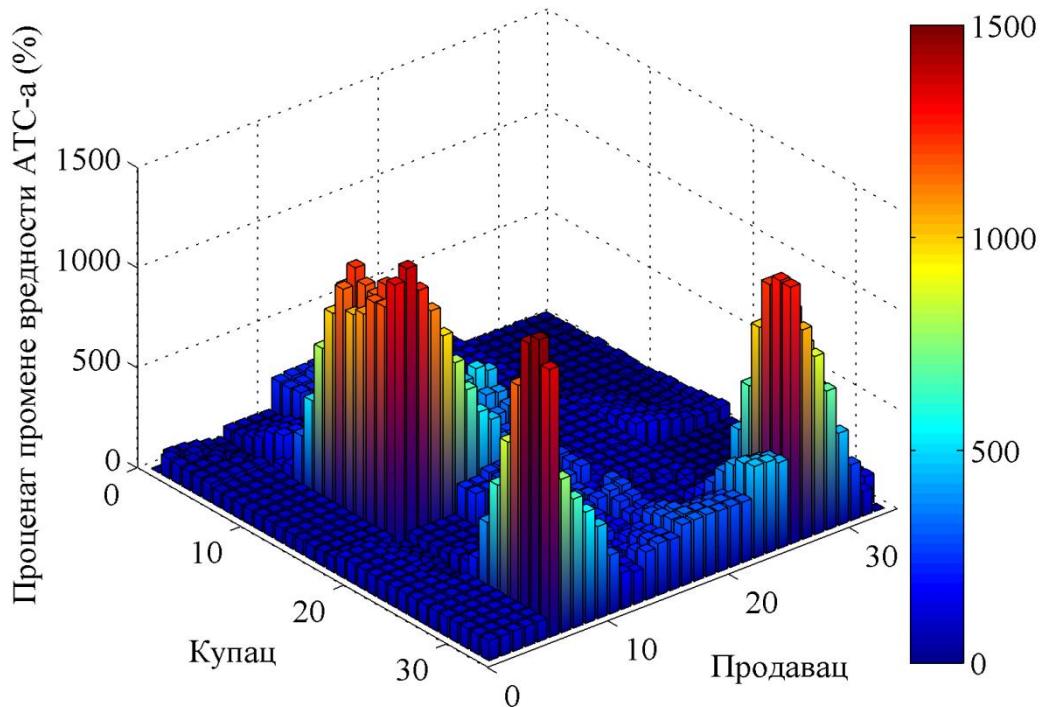


Слика 5.30. Зависност вредности ATC-а трансакција из чвора 6 ка осталим чворовима од инсталисане снаге PV електране.

Табела 5.22. Оптимално решење за IEEE 33 сабирнички систем.

Чврор	ATC(MW)	PV(MW)	Чврор	ATC(MW)	PV(MW)
1	6.374	0.499	18	0.182	0.500
2	6.374	0.500	19	0.033	0.000
3	6.335	0.500	20	0.232	0.000
4	6.384	0.500	21	0.295	0.000
5	6.372	0.500	22	0.2378	0.000
6	/	/	23	0.189	0.000
7	0.313	0.499	24	0.413	0.000
8	0.425	0.500	25	0.256	0.000
9	0.425	0.496	26	0.0436	0.000
10	0.424	0.500	27	0.273	0.000
11	0.425	0.500	28	0.145	0.000
12	0.425	0.496	29	0.109	0.000
13	0.421	0.491	30	0.087	0.000
14	0.319	0.500	31	0.049	0.000
15	0.397	0.497	32	0.302	0.000
16	0.275	0.500	33	0.047	0.000
17	0.212	0.500			

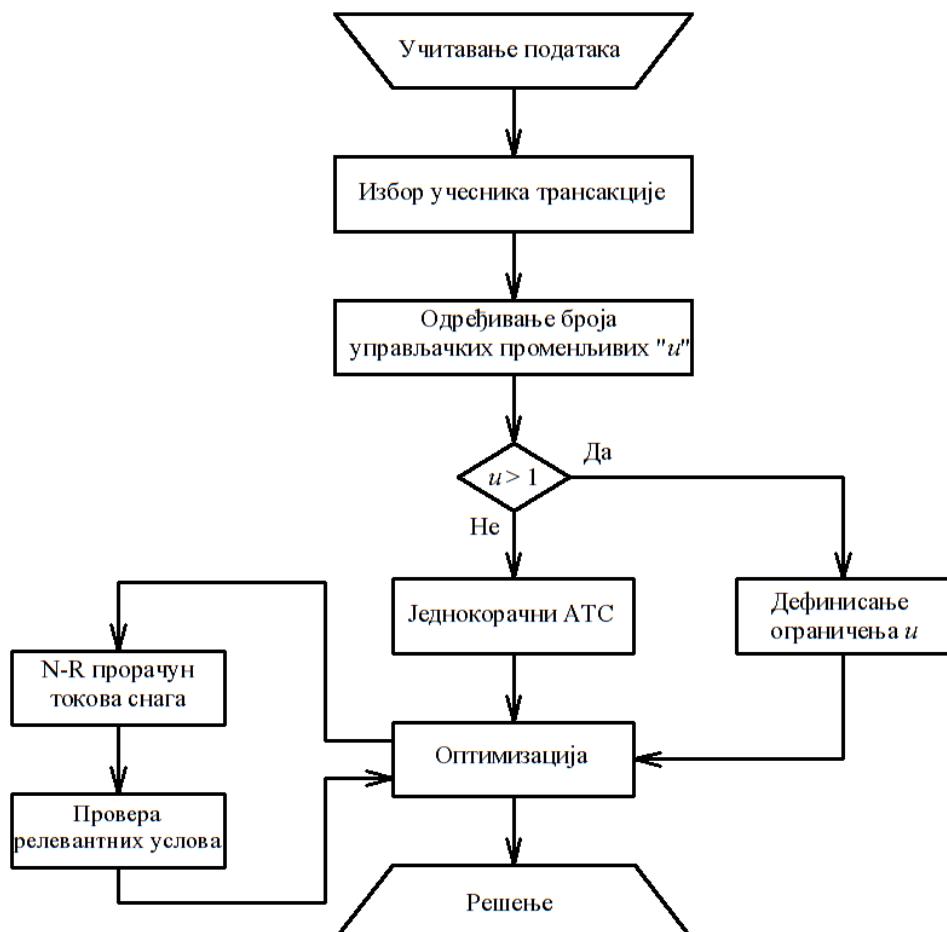
тити када оператор дистрибутивног система жели да смањи трошкове набавке електричне енергије. Ово смањење може да се постигне изградњом неколико мањих PV електрана на различитим локацијама дистрибутивне мреже. Пошто би ова компанија била једини власник ових извора, намеће се логично питање избора локације изградње PV панела у циљу највећег растерећења дистрибутивне мреже. У посматраној дистрибутивној мрежи чвор 16 претставља локацију у којој ће изградња дистрибуиране производње највише утицати на растерећење целокупне дистрибутивне мреже. На слици 5.31 је приказано процентуално повећање вредности ATC-а свих билатералних трансакција после изградње PV електране у чвиру 16 у односу на базно стање у коме је целокупна потрошња била снабдевана из преносне мреже.



Слика 5.31. Процентуално повећање вредности ATC-а.

## 6. СТРУКТУРЕ И НАЧИНИ КОРИШЋЕЊА РАЗВИЈЕНЕ ПРОГРАМСКЕ ПОДРШКЕ

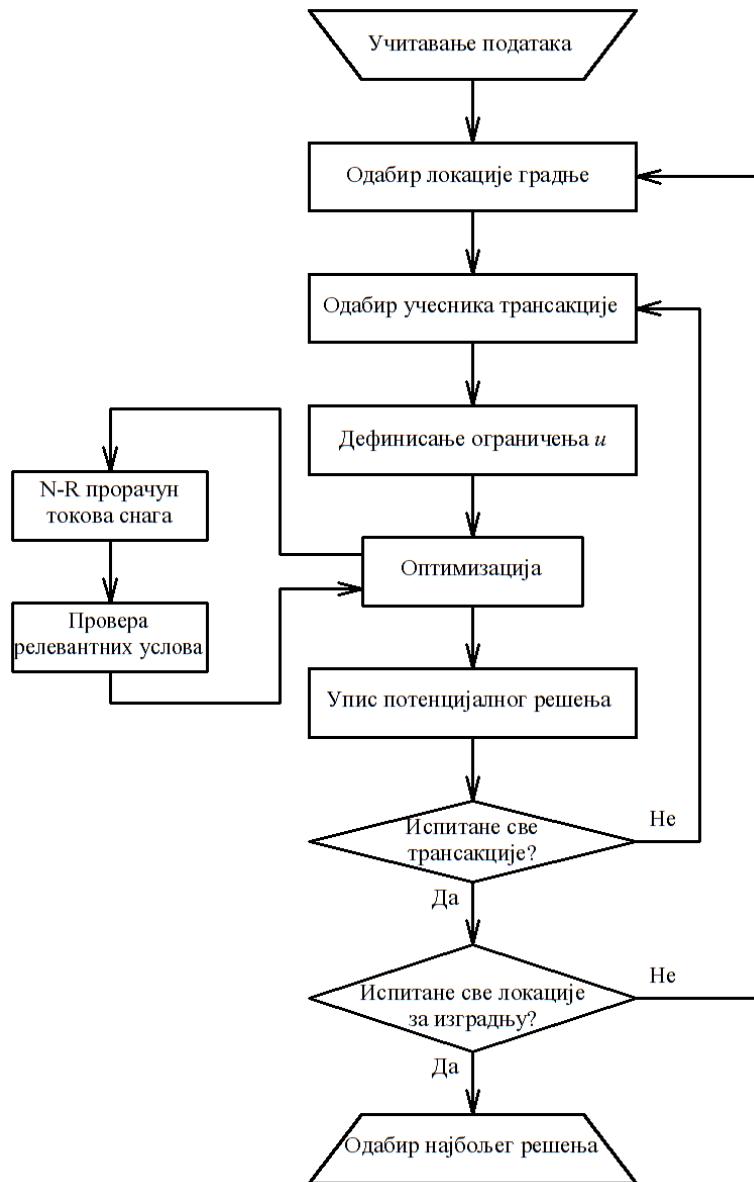
У овом поглављу ће бити приказани блок дијаграми најважнијих структура програма који су коришћени за израду ове дисертације. Сви блокови приказаних програма су самостално написани у MATLAB-у 2014a без коришћена уграђених *toolbox-ова*. На слици 6.1 је приказана структура коришћеног програма за израчунавање вредности ATC-а различитих типова трансакција. У улазном блоку се прикупљају сви подаци потребни за израчунавање вредности ATC-а и иницијализују се параметри оптимизационог алгоритма. Од избора учесника трансакције зависиће и број управљачких променљивих, једна променљива за билатералне и мултилатералне трансакције и више променљивих када се решавају загушења или се врши процентуална прерасподела снаге трансакције по продавцима и купцима. Ако се ради само са једном управљачком променљивом тада се помоћу једноко-



Слика 6.1. Структура програма за израчунавање вредности ATC-а.

рачног поступка, AC или DC метода, одређује горња граница управљачке променљиве. Блок за оптимизацију представља „прну кутију“ која се може применити на сваки проблем који је могуће математички моделовати. Управљачке променљиве, у овом случају, представљају снаге ињектирања (позитивне и негативне) у одговарајуће чворове преносне мреже. Одзив система се добија помоћу N-R прорачуна токова снага, који је самостално написан. У зависности од квалитета добијеног одзива, изводљиво или неизводљиво решење, оптимизациони алгоритам ће наставити или зауставити свој рад. У случају постојања више управљачких променљивих ограничење сваке променљиве је дефинисано условом задатог проблема.

На слици 6.2 је приказана структура програма који је коришћен за одређивање

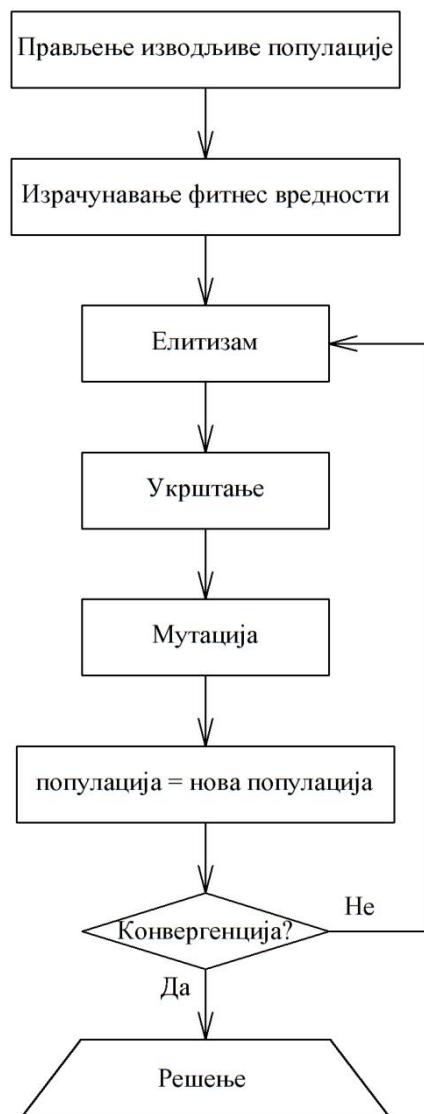


Слика 6.2. Структура програма за одређивање локације PV електране.

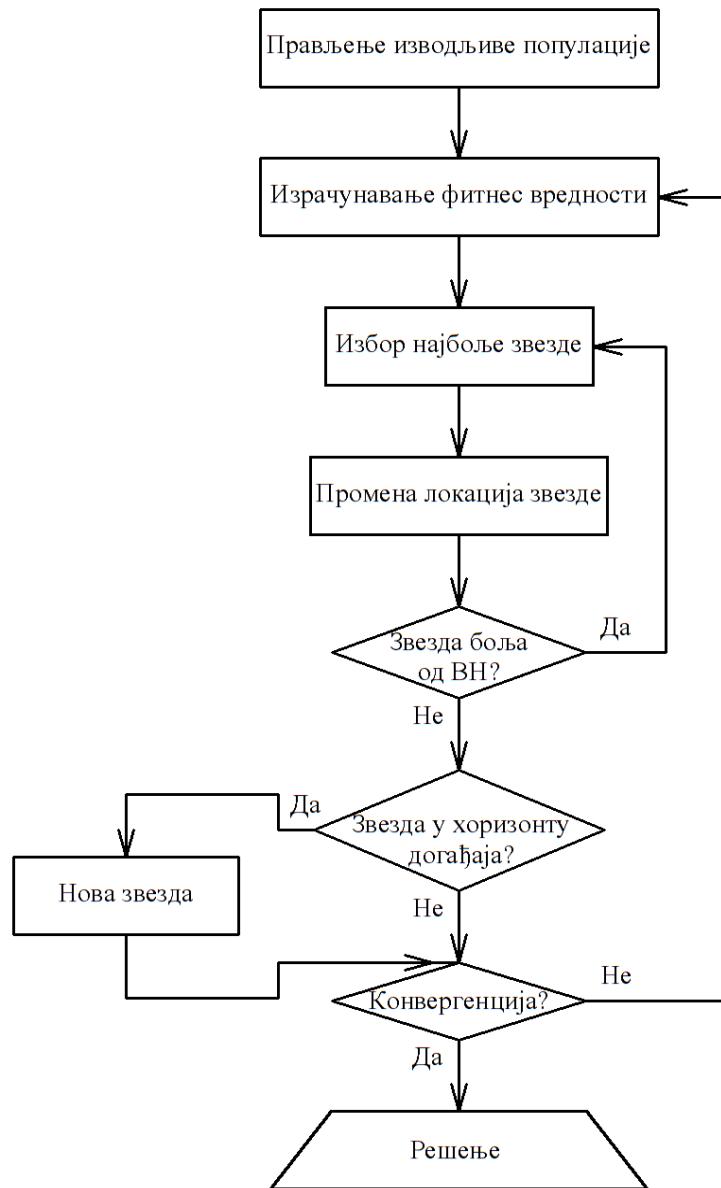
локације PV електране тако да вредност АТС-а ка осталим чворовима у мрежи буде максимална. За разлику од структуре програма који је приказан на слици 6.1 код ове структуре је потребно оптимизациони процес понављати више пута да би се размотриле све могућности.

На слици 6.3 је приказана структура програма генетског алгоритма. Блокови који врше операције укрштања и мутације се понављају одређени број пута као што је објашњено у претходним поглављима. Ови оператори мењају вредности управљачких променљивих и врше проверу квалитета такве промене.

На слици 6.4 је приказана структура програма који врши оптимизацију према алгоритму црне рупе, детаљан опис алгоритма је дат у поглављу 3.7.



Слика 6.3. Структура програма који врши оптимизацију применом генетског алгоритма.



Слика 6.4. Структура програма који врши оптимизацију применом алгоритма црне рупе.

## **7. ЗАКЉУЧАК**

У дерегулисаним електроенергетским системима тржиште електричне енергије представља један од основних видова размене енергије између произвођача и потрошача. У зависности од степена развоја тржишта појединачне трансакције су више или мање заступљене. Основни циљ сваког тржишта је да обезбеди здраву конкуренцију и подједнаке и недискриминаторне услове пословања свим учесницима. Поједина светска тржишта која успешно послују нису везана само за једну област, односно државу у којој је тржиште организовано, већ обухватају читав регион. Код оваквог типа трговине веома је важно развијање интерконективних водова помоћу којих се повећава утицај маркета и постиже равномернија цена електричне енергије у читавом региону. Са друге стране, токови снага по гранама преносне мреже подлежу само законима физике, који се у великој мери могу разликовати од економских закона који владају на другим тржиштима. Ово значи да ток енергије неће бити директно усмерен од продавца према купцу, него да ће се снага ове трансакције распоредити по свим водовима преносног система.

Преносне мреже су у прошлости биле пројектоване да се сусрећу са малим бројем трансакција између унапред познатих тачака преносног система. У дерегулисаном окружењу број трансакција је знатно порастао. Расположиви преносни капацитет између две области који се одређује за сваки интервал на коме се врши трговина служи операторима преносног система као основни алат за превазилажење овог проблема. У овој дисертацији су изложене различите методе које су коришћене за израчунавање АТС-а.

У прошлости су највише коришћене линеарне методе које су се заснивале на употреби коефицијената осетљивости, PTDF и LODF, чији је начин израчунавања зависио од усвојеног модела мреже. Употребом DC модела мреже и симболичког приступа проблему могуће је избећи поновна израчунавања са сваком променом која се деси у систему. Употребом инверзних фактора ретких матрица могуће је наћи инверзну вредност симболичке матрице сусцептанси чију је вредност неопходно познавати да би се поступак успешно наставио. Такође је показано да се помоћу симболичког приступа могу видети зависности појединачних величина као што су токови снага по водовима, расположиви оптеретни капацитет водова и

ATC-а од промене поједињих величина. Основни недостатак ове методе је велики меморијски простор који се захтева за складиштење података и брзина конверзије симбола у бројне вредности. Поред тога, у дисертацији је показано да употреба DC приступа у сврху израчунавања вредности ATC-а уноси неприхватљиво велику грешку ако је мрежа за коју се израчунава вредност ATC-а превише оптерећена.

Са друге стране итеративне методе дају тачне резултате али је за њихово израчунавање потребно више времена и сложенији математички алат. Једна од итеративних метода израчунавања вредности ATC-а се заснива на употреби OPF модела. У последњих 10 година број метода који се баве проблематиком налажења оптималног решења је занатно порастао. Због потреба ове дисертације једна од најчешће коришћених метода, генетски алгоритам, је додатно унапређена. Главни допринос се огледа у унапређивању операције мутирања хромозома. За разлику од класичног генетског алгоритма код кога је мутација вршена на произвољном броју хромозома, у предложеном методи мутација се врши на тачно одређеном броју хромозома (као што је случај код генетског алгоритма који ради са реалним бројевима). На почетним итерацијама је дозвољавена мутација свих битова хромозома чиме се поспешује шира претрага простора решења, док је на каснијим итерацијама мутација дозвољена само на битовима нижег тежинског фактора чиме се побољшава локална претрага. Због лоших особина поједињих видова селекције у предложеном алгоритму су коришћене три методе селекције које се највише употребљавају у пракси. Постојање више типова операције укрштања које се обављају наизменично додатно поспешује процес претраге.

Један од основних доприноса ове дисертације се огледа у развоју методе за израчунавање вредности ATC-а свих типова трансакција, која се базира на комбинацији добрих особина већ постојећих метода. Управо због ове чињенице предложена метода даје доволно тачне резултате уз прихватљиво време израчунавања за тест мрежу над којом је вршена анализа. Употребом метахеуристичких метода оптимизације веома једноставно се уводе све врсте трансакција у прорачун, при чему је могуће уважити сва ограничења која се могу представити помоћу математичких израза. За разлику од сличних метода које су коришћене у литератури предложена метода има унапред дефинисану максималну вредност трансакције која се добија

помоћу DC методе. Додатно убрзавање у односу на методе које немају јасно дефинисано горње ограничење трансакције се постиже употребом развијене аутокорекције максималне вредности трансакције. Поред билатералних и мултилатералних трансакција предложени алгоритам уз занемарљиве измене се може користити за решавање загушења. Када постоји више трансакција које прелазе између две области при чему је њихов збир већи од ATC-а ове трансакције је потребно редуковати. Постојањем ове опције омогућава се максимална снага размене између посматраних области пропуштањем оних трансакција које најмање оптерећују преносну мрежу.

Иста метода се може применити на израчунавање вредности ATC-а у присуству испада појединих грана преносне мреже. Због великог броја могућих случајева и времена које је потребно за такво израчунавање у дисертацији је предложена метода која се базира на израчунавању вредности ATC-а само одређеног скупа испада. Скуп грана за које ће се вршити испитивање се одређује помоћу DC методе која је знатно бржа. Показано је задовољавајуће поклапање најкритичнијих грана упоређивањем DC и предложене итеративне методе.

У дисертацији је такође показано да се предложена метода може користити за избор локације и величине PV електране у преносним и дистрибутивним мрежама. Гледано са становишта инвеститора после истека *feed-in* тарифе у његовом интересу је да прода целокупну производњу купцу који понуди највећу цену. Да би инвеститор ово постигао потребно је да одабере локацију из које ће моћи да прода целокупну производњу купцу који може да се налази у било ком чвору посматране мреже. Коришћењем двојне критеријумске функције, чији су чланови величина PV електране и ATC разматране трансакције, и употребом предложене методе могуће је наћи оптималну локацију за изградњу PV електране. Прегледом добијених резултата за сваку локацију и све комбинације билатералних трансакција из посматране локације ка другим чвровима у преносној мрежи инвеститор може лакше да донесе одлуку о избору места градње PV електране.

Развијена процедура, модификовани генетски алгоритам, није применљива само на проблеме који су анализирани у овој дисертацији. Она се успешно може применити на широк спектар проблема из енергетике, као и на проблеме из других научних области.

## **8. ЛИТЕРАТУРА**

- [1] North American Electric Reliability Council, „Available Transfer Capability Definitions and Determination,” June 1996.
- [2] North American Electric Reliability Council, „Transmission Transfer Capability,” May 1995.
- [3] ETSOE, „Net Transfer Capacities and Available Transfer Capacities in the Internal Market of Electricity in Europe,” pp. 1-14, March 2000.
- [4] Ejebi G.C., Tong J., Waight J.G., Frame J.G., Wang X., Tinney W.F., „Available Transfer Capability Calculations,” IEEE Transactions on Power Systems, vol. 13, no. 4, pp. 1521-1527, November 1998.
- [5] Hsiao-Dong Chiang, Flueck A.J., Shah K.S., Balu N., „CPFLOW: A Practical Tool for Tracing Power System Steady-State Stationary Behavior Due to Load and Generation Variations,” IEEE Transactions on Power Systems, vol. 10, no. 2, pp. 623-634, May 1995.
- [6] Ajjarapu V., Christy C., „The continuation power flow: a tool for steady state voltage stability analysis,” IEEE Transactions on Power Systems, vol. 7, no. 1, pp. 416-423, February 1992.
- [7] Patel M.Y., Girgis A.A., „New Iterative Method for Available Transfer Capability Calculation,” presented at the IEEE Powerr and Energy Society General Meeting, San Diego, California, USA, pp. 1-6, 24-29 July 2011.
- [8] Dai Y., McCalley J.D., Vittal V., „Simplification, Expansion and Enhancement of Direct Interior Point Algorithm for Power System Maximum Loadability,” IEEE Transactions on Power Systems, vol. 15, no. 3, pp. 1014-1021, August 2000.
- [9] Ejebi G.C., Waight J.G., Santos-Nieto M., Tinney W.F., „Fast Calculation of Linear Available Transfer Capability,” IEEE Transactions on Power Systems, vol. 15, no. 3, pp. 1112-1116, August 2000.
- [10] Ji N., Gao Y., Zhou M., Li G., „A Novel Approach on ATC Determination for AC/DC Transmission Systems,” presented at the IEEE Power & Energy Society General Meeting 2009, Calgary, Canada, pp. 1-8 ,26-30 July 2009.
- [11] Rong-Fu Sun, Yue Fan, Yong-Hua Song, Yuan-Zhang Sun, „Development and Application of Software for ATC Calculation,” presented at the International

- Conference on Power System Technology 2006, Chongqing, PRC, pp. 1-5, 22-26 October 2006.
- [12] Gravener M.H., Nwankpa C., „Available transfer capability and first order sensitivity,” IEEE Transactions on Power Systems, vol. 14, no. 2, pp. 512-518, May 1999.
  - [13] Pan X., Xu G., „Available transfer capability calculation considering voltage stability margin,” Electric Power Systems Research, vol. 76, no. 1-3, pp. 52-57, September 2005.
  - [14] Flueck A.J., Gonella R., Dondeti J.R., „A New Power Sensitivity Method of Ranking Branch Outage Contingencies for Voltage Collapse,” IEEE Transaction on Power Systems, vol. 17, no. 2, pp. 265-270, May 2002.
  - [15] Sood Y.R., Padhy N.P., Gupta H.O., „Assessment for feasibility and pricing of wheeling transactions under deregulated environment of power industry,” Electrical Power and Energy Systems, vol. 26, no. 3, pp. 163-171, March 2004.
  - [16] Sood Y.R., Padhy N.P., Gupta H.O., „A New Hybrid Model for Wheeling Cost Analysis under Deregulated Environment,” presented at the IEEE PES Transmission and Distribution Conference and Exposition, Dallas, Texas, USA, vol. 1, pp. 97-102, 7-12 September 2003.
  - [17] Sood Y.R., „Evolutionary programming based optimal power flow and its validation for deregulated power system analysis,” Electrical Power and Energy Systems, vol. 29, no. 1, pp. 65-75, January 2007.
  - [18] Sood Y.R., „Feasibility assessment of simultaneous bilateral and multilateral transactions,” Electrical Power and Energy Systems, vol. 32, no. 8, pp. 879-885, October 2010.
  - [19] Milano F., Cañizares C.A., Invernizzi M., „Voltage stability constrained OPF market modelsconsidering N – 1 contingency criteria,” Electric Power Systems Research, vol. 74, no. 1, pp. 27-36, April 2005.
  - [20] Sood Y.R., Singh R., „Optimal model of congestion management in deregulated environment of power sector with promotion of renewable energy sources,” Renewable Energy, vol. 35, no. 8, pp. 1828–1836, August 2010.

- [21] Liu K., Ni Y., Wu F.F., Bi T.S., „Decentralized Congestion Management for Multilateral Transactions Based on Optimal Resource Allocation,” IEEE Transactions on Power Systems, vol. 22, no. 4, pp. 1835-1842, November 2007.
- [22] Padhy N.P., Sood Y.R., Abdel Moamen. M. A., Kumar M.,Gupta H.O., „A Hybrid Model for Congestion Management with Real and Reactive Power Transaction,” presented at the IEEE Power Engineering Society Summer Meeting, Chicago, USA, vol. 3, pp. 1366-1372, 21-25 July 2002.
- [23] Shaaban M., Ni Y., Wu F., „Total Transfer Capability Calculations for Competitive Power Networks Using Genetic Algorithms,” presented at the International Conference on Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies, London, UK, pp. 114-118, April 2000.
- [24] Marannino P., Bresesti P., Garavalia A., Zanellini F., Vailati R., „Assessing the transmission transfer capability sensitivity to power system parameters,” presented at the 14th Power Sysrem Computation Conference, Sevilla, Spain, session 23, paper 4, pp. 1-7, 24-28 June 2002.
- [25] Wu Y.-K., „A novel algorithm for ATC calculations and applications in deregulated electricity markets,” Electrical Power and Energy Systems, vol. 29, no. 10, pp. 810–821, December 2007.
- [26] Greene S., Alvarado F.L., „Sensitivity of Transfer Capability Margins With a Fast Formula,” IEEE Transactions on Power Systems, vol. 17, no. 1, pp. 34-40, February 2002.
- [27] Hakim L., Kubokawa J., Yuan Y, Mitani T., Zoka Y., Yorino N., Niwa Y., Shimomura K, Takeuchi A., „A Study on the Effect of Generation Shedding to Total Transfer Capability by Means of Transient Stability Constrained Optimal Power Flow,” IEEE Transactions on Power Systems, vol. 24, no. 1, pp. 347-355, August 2009.
- [28] Othman M.M., Musirin I., „A novel approach to determine transmission reliability margin using parametric bootstrap technique,” Electrical Power and Energy Systems, vol. 33, no. 10, pp. 1666–1674, December 2011.
- [29] Grijalva S., Sauer P.W., Weber J.D., „Enhancement of Linear ATC Calculations by the Incorporation of Reactive Power Flows,” IEEE Transactions on Power Systems, vol. 28, no. 2, pp. 619-624, May 2003.

- [30] Grijalva S., Sauer P.W., „Reactive power considerations in ATC computation,” Decision Support Systems, vol. 30, no. 3, pp. 327–340, January 2001.
- [31] Grijalva S., Sauer P.W., „Static Collapse and Topological Cuts,” presented at the Proceedings of the 38th Annual Hawaii International Conference System Sciences, Waikoloa, USA, pp. 67b, 3-6 Jan. 2005.
- [32] Grijalva S., Sauer P.W., „Identification of Weak Transmission Elements in Static Collapse Analysis,” presented at the Bulk Power System Dynamics and Control – VI, Cortina d’Ampezzo, Italy, pp. 651-657. 22-27 August 2004.
- [33] Hamoud G., „Feasibility Assessment of Simultaneous Bilateral Transactions in a Deregulated Environment,” IEEE Transactions on Power Systems, vol. 15, no. 1, pp. 22-26, February 2000.
- [34] Hamoud G., „Feasibility Assessment of Simultaneous Bilateral Transactions in a Competitive Energy Market,” presented at the IEEE Power Engineering Society 1999 Winter Meeting, New York, USA, vol. 2, pp. 1253-1258, 31 January – 4 February 1999.
- [35] Tuglie E.D., Torelli F., „Nondiscriminatory System Losses Dispatching Policy in a Bilateral Transaction-Based Market,” IEEE Transactions on Power Systems, vol. 17, no. 4, pp. 992-1000, November 2002.
- [36] Huang G.M., Zhang H., „Transmission loss allocations and pricing via bilateral energy transactions,” presented at the IEEE Power Engineering Society Summer Meeting 1999, Edmonton, Alberta, Canada, vol. 2, pp. 720-725, 18-22 July 1999.
- [37] Satoh T., Tanaka H., Iwamoto S., „ATC Improvement by Phase Shifter Application considering Dynamic Rating,” presented at the 39th North American Power Symposium, Las Cruces, New Mexico, USA, pp. 528-533, 30 Sep. – 2 Oct. 2007.
- [38] Jain T., Singh S.N., Srivastava S.C., „Assessment of oscillatory stability constrained available transfer capability,” Electrical Power and Energy Systems, vol. 31, no. 5, pp. 192–200, June 2009.
- [39] Akbari T., Rahimikian A., Kazemi A., „A multi-stage stochastic transmission expansion planning method,” Energy Conversion and Management, vol. 52, no. 8-9, pp. 2844–2853, August 2011.

- [40] Nireekshana T., Kesava Rao G., Siva Naga Raju S., „Enhancement of ATC with FACTS devices using Real-code Genetic Algorithm,” Electrical Power and Energy Systems, vol. 43, no. 1, pp. 1276-1284, December 2012.
- [41] Ghawghawe N.D., Thakre K.L., „Computation of TCSC reactance and suggesting criterion of its location for ATC improvement,” Electrical Power and Energy Systems, vol. 31, no. 2-3, pp. 86-93, February-March 2009.
- [42] Rashidinejad M., Farahmand H., Fotuhi-Firuzabad M., Gharaveisi A.A., „ATC enhancement using TCSC via artificial intelligent techniques,” Electric Power Systems Research, vol. 78, no. 1, pp. 11-20, January 2008.
- [43] Farahmand H., Rashidi-Nejad M., Fotuhi-Firoozabad M., „Implementation of FACTS Devices for ATC Enhancement Using RPF Technique,” presented at the LESCOPE 2004, Halifax, Canada, pp. 30-35, 28-30 July 2004.
- [44] Sawhney H., Jeyasurya B., „Application of unified power flow controller for available transfer capability enhancement,” Electric Power Systems Research, vol. 69, no. 2-3, pp. 155-160, May 2004.
- [45] A. Kumar, J. Kumar, „Comparison of UPFC and SEN Transformer for ATC enhancement in restructured electricity markets,” Electrical Power and Energy Systems, vol. 41, no. 1, pp. 96-104, October 2012.
- [46] A. Kumar, J. Kumar, „ATC with ZIP load model – A comprehensive evaluation with third generation FACTS in restructured electricity markets,” Electrical Power and Energy Systems, vol. 54, pp. 546-558, January 2014.
- [47] Xiao Y., Song Y.H., Liu C.-C., Sun Y.Z., „Available Transfer Capability Enhancement Using FACTS Devices,” IEEE Transactions on Power Systems, vol. 18, no. 1, pp. 305-312, February 2003.
- [48] Zhang X.-P., Handschin E., „Transfer capability computation of power systems with comprehensive modeling of FACTS controllers,” presented at the 14th PSCC, Sevilla, Spain, pp. 1-7, 24-28 June, 2002.
- [49] Farahmand H., Rashidinejad M., Mousavi A., Gharaveisi A.A., Irving M.R., Taylor G.A., „Hybrid Mutation Particle Swarm Optimisation method for Available Transfer Capability enhancement,” Electrical Power and Energy Systems, vol. 42, no. 1, pp. 240–249, Neovember 2012.

- [50] Zhang J., Yokoyama A., „Application of Interline Power Flow Controller to ATC Enhancement by Optimal Power Flow Control,” presented at the IEEE Lausanne Power Tech 2007, Lausanne, Switzerland, pp. 1226-1231, 1-5 July 2007.
- [51] Jain T., Singh S.N., Srivastava S.C., „Dynamic ATC enhancement through optimal placement of FACTS controllers,” Electric Power Systems Research, vol. 79, no. 11, pp. 1473–1482, November 2009.
- [52] Kumar A., Kumar J., „ATC determination with FACTS devices using PTDFs approach for multi-transactions in competitive electricity markets,” Electrical Power and Energy Systems, vol. 44, no. 1, pp. 308–317, January 2013.
- [53] Ibraheem, Yadav N.K., „Implementation of FACTS Device for Enhancement of ATC Using PTDF,” International Journal of Computer and Electrical Engineering, vol. 3, no. 3, pp. 343-348, June 2011.
- [54] Kumar J., Kumar A., „ACPTDF for Multi-transactions and ATC Determination in Deregulated Markets,” International Journal of Electrical and Computer Engineering, vol. 1, no. 1, pp. 71-84, September 2011.
- [55] Mello J.C.O., Melo A.C.G., Granville S., „Simultaneous transfer capability assessment by combining interior point methods and Monte Carlo simulation,” IEEE Transaction on Power Systems, vol. 12, no. 3, pp. 736-742, May 1997.
- [56] Leite da Silva A.M., Costa J.G.C., Manso L.A.F., Anders G.J., „Transmission Capacity: Availability, Maximum Transfer and Reliability,” IEEE Transaction on Power Systems, vol. 17, no. 3, pp. 843-849, August 2002.
- [57] Leite da Silva A.M., Costa J.G.C., Manso L.A.F., Anders G.J., „Evaluation of transfer capabilities of transmission systems in competitive environments,” Electrical Power and Energy Systems, vol. 26, no. 4, pp. 257-263, May 2004.
- [58] Stahlhut J.W., Heydt G.T., „Stochastic-Algebraic Calculationof Available Transfer Capability,” IEEE Transactions on Power Systems, vol. 22, no. 2, pp. 616-623, May 2007.
- [59] Rodrigues A.B., Silva M.G.D., „Probabilistic Assessment of Available Transfer Capability Based on Monte Carlo Method With Sequential Simulation,” IEEE Transactions on Power Systems, vol. 22, no. 1, pp. 484-492, February 2007.

- [60] Liu W., Wang L., Wan Q., „Calculation of Available Transfer Capability Considering Economic and Emission Dispatch,” presented at the 3rd International Conference on Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies, Nanjing, PRC, pp. 551-556, 6-9 April 2008.
- [61] Rodrigues A.B., Silva M.G.D., „Chronological simulation for transmission reliability margin evaluation with time varying loads,” Electrical Power and Energy Systems, vol. 33, no. 4, pp. 1054–1061, May 2011.
- [62] Khaburi M.A., Haghifam M.R., „A probabilistic modeling based approach for Total Transfer Capability enhancement using FACTS devices,” Electrical Power and Energy Systems, vol. 32, no. 1, pp. 12–16, January 2010.
- [63] Audomvongseree K., Yokoyama A., „Consideration of an Appropriate TTC by Probabilistic Approach,” IEEE Transactions on Power Systems, vol. 19, no. 1, pp. 375-383, February 2004.
- [64] Shin D.-J., Kimb J.-O., Kim K.-H., Singh C., „Probabilistic approach to available transfer capability calculation,” Electric Power Systems Research, vol. 77, no. 7, pp. 813–820, May 2007.
- [65] Ou Y., Singh C., „Assessment of Available Transfer Capability and Margins,” IEEE Transactions on Power Systems, vol. 17, no. 2, pp. 436-468, May 2002.
- [66] Ramezani M., Haghifam M.R., „Modeling and Evaluation of Wind Turbines on Total Transfer Capability,” presented at the IEEE Power Engineering Society General Meeting, Tampa, USA, pp. 1-6, 24-28 June 2007.
- [67] Hahn T.-K., Kim M.-K., Hur D., Park J.-K., Yoon Y.-T., „Evaluation of available transfer capability using fuzzy multi-objective contingency-constrained optimal power flow,” Electric Power Systems Research, vol. 78, no. 5, pp. 873–882, May 2008.
- [68] Kim S.-S., Kim M.-K., Park J.-K., „Consideration of multiple uncertainties for evaluation of available transfer capability using fuzzy continuation power flow,” Electrical Power and Energy Systems, vol. 30, no. 10, pp. 581–593, December 2008.
- [69] Jain T., Singh S.N., Srivastava S.C., „Fast static available transfer capability determination using radial basis function neural network,” Applied Soft Computing, vol. 11, no. 2, pp. 2756–2764, March 2011.

- [70] Pandey S.N., Pandey N.K., Tapaswi S., Srivastava L., „Neural Network-Based Approach for ATC Estimation Using Distributed Computing,” IEEE Transactions on Power Systems, vol. 25, no. 3, pp. 1291-1300, August 2010.
- [71] ENTSO-E, „Network Codes on the Basis of Framework Guidelines Adopted by ACER,” pp. 1-93, February 2013.
- [72] „ОБЩА СХЕМА ЗА ИЗЧИСЛЯВАНЕ НА МЕЖДУСИСТЕМНАТА ПРЕНОСЧА СПОСОБНОСТ (КАПАЦИТЕТ) И РЕЗЕРВА ЗА СИГУРНОСТ НА МЕЖДУСИСТЕМНИТЕ ОБМЕНИ.”
- [73] Škokljev I., „Antimonije sigurnosti,” Publikacije ETF, vol. Elektroenergetika, pp. 57-66, 1988.
- [74] Formato R.A., „Central force optimization: A new metaheuristic with applications in applied electromagnetic,” Progress In Electromagnetics Research, vol. Progress In Electromagnetics Research, vol. 77, pp. 425-491, 2007.
- [75] Michalewicz Z., „Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs.” Springer, Berlin, 1996.
- [76] Dorigo M., Stutzle T., „Ant Colony Optimization.” The MIT Press, Cambridge, 2004.
- [77] Yang X.-S., „Introduction to mathematical optimization - From linear programming to metaheuristics,” Cambridge International Science Publishing , 2008.
- [78] Dezaki H.H., Abyaneh H.A., Agheli A., Mazlumi K., „Optimized Switch Allocation to Improve the Restoration Energy in Distribution Systems,” Journal of Electrical Engineering, vol. 63, no. 1, pp. 47-52, January 2012.
- [79] Park J.-B., Park Y.-M., Won J.-R., Lee K.Y., „An Improved Genetic Algorithm for Generation Expansion Planning,” IEEE Transactions on Power Systems, vol. 15, no. 3, pp. 916-922, August 2000.
- [80] Perumal M.P., Nanjudapan D, „Performance Enhancement of Embedded System Based Multilevel Inverter Using Genetic Algorithm,” Journal of Electrical Engineering, vol. 62, no. 4, pp. 190-198, Jul 2011.

- [81] Yeğin K., „Design, optimization, and realization of a wire antenna with a 25:1 bandwidth ratio for terrestrial communications,” Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences, vol. 22, no. 2, pp. 371-379, February 2014.
- [82] Sönmez Y., „Estimation of fuel cost curve parameters for thermal power plants using the ABC algorithm,” Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences, vol. 21, pp. 1827-1841, November 2013.
- [83] Šošić D., Stojković J., „Određivanje optimalne raspodele tokova snaga pomoću modifikovanog genetskog algoritma,” presented at the INFOTEH Jahorina 2014, Jahorina, Bosna i Hercegovina, pp. 57-63, 2014.
- [84] Wolpert D.H., Macready W.G., „No Free Lunch Theorems for Optimization,” IEEE Transactions on evolutionary computation, vol. 1, no. 1, pp. 67-82, April 1997.
- [85] Storn R., Price K., „Differential Evolution – A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces,” Journal of Global Optimization, vol. 11, no. 4, pp. 341-359, December 1997.
- [86] Yao X., Liu Y., Lin G., „Evolutionary Programming Made Faster,” IEEE Transactions on evolutionary computation, vol. 3, no. 2, pp. 82-102, July 1999.
- [87] Beyer H.-G., Schwefel H.-P., „Evolution strategies – A comprehensive introduction,” Natural Computing, vol. 1, no. 1, pp. 3-52, 2002.
- [88] Erol O.K., Eksin I., „A new optimization method: Big Bang–Big Crunch,” Advances in Engineering Software, vol. 37, no. 2, pp. 106-111, February 2006.
- [89] Rashedi E., Nezamabadi-pour H., Saryazdi S., „GSA: A Gravitational Search Algorithm,” Information Sciences, vol. 179, no. 13, pp. 2232-2248, June 2009.
- [90] Hatamlou A., „Black hole: A new heuristic optimization approach for data clustering,” Information Sciences, vol. 222, pp. 175-184, February 2013.
- [91] Mirjalili S., Mirjalili S.M., Lewis A., „Grey Wolf Optimizer,” Advances in Engineering Software, vol. 69, pp. 46-61, March 2014.
- [92] Rajabioun R., „Cuckoo Optimization Algorithm,” Applied Soft Computing, vol. 11, no. 8, pp. 5508-5518, December 2011.
- [93] Yangm X.-S., „Nature-Inspired Metaheuristic Algorithm,” University of Cambridge, United Kingdom, 2010.

- [94] Gandomi A.H., Alavi A.H., „Krill herd: A new bio-inspired optimization algorithm,” Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, vol. 17, no. 12, pp. 4831-4845, December 2012.
- [95] Šošić D., Škokljev I., „Doprinos rešavanju problema zauzeća kapaciteta za prenos,” presented at the 31.savetovanje CIGRE Srbija, pp. PC211, Zlatibor, 2013.
- [96] Deb K., „Optimization for Engineering Design: Algorithms and Examples,” New Delhi, 2012.
- [97] Šošić D., Škokljev I., „Evolutionary Algorithm for Calculating Available Transfer Capability,” Journal of Electrical Engineering, vol. 64, no. 5, pp. 291–297, September 2013.
- [98] Khatib W., Fleming P.J., „The Stud GA: A Mini Revolution?,” Lecture Notes in Computer Science, vol. 1498, pp. 683-691, 1998.
- [99] Stojković J., Šošić D., Rajaković N., „Primena konvencionalnog genetskog algoritma za određivanje optimalne raspodele tokova snaga u elektroenergetskom sistemu,” Energija, vol. 16, no. 1-2, pp. 62-66, Mart 2014.
- [100] Hasançebi O., Azad S.K., „An exponential big bang-big crunch algorithm for discrete design optimization of steel frames,” Computers & Structures, vol. 110-111, pp. 167-179, November 2012.
- [101] Li J., Tang Y., Hua C., Guan X., „An improved krill herd algorithm: Krill herd with linear decreasing step,” Applied Mathematics and Computation, vol. 234, pp. 356-367, May 2014.
- [102] Saremi S., Mirjalili S.M., Mirjalili S., „Chaotic Krill Herd Optimization Algorithm,” Procedia Technology, vol. 12, pp. 180-185, 2014.
- [103] Wang G.-G., Guo L., Gandomi A.H., Hao G.-S., Wang H., „Chaotic Krill Herd algorithm,” Information Sciences, vol. 274, pp. 17-34, August 2014.
- [104] Jamil M., Zepernick H.-J., „Lévy Flights and Global Optimization,” Swarm Intelligence and Bio-Inspired Computation: Theory and Applications, pp. 49-72, 2013.
- [105] Mantegna R., „Fast, accurate algorithm for numerical simulation of Lévy stable stochastic processes,” Physical Review E, vol. 49, no. 5, pp. 4677-4683, May 1994.

- [106] Guo L., Wang G.-G., Gandomi A.H., Alavi A.H., Duan H., „A new improved krill herd algorithm for global numerical optimization,” Neurocomputing, vol. 138, pp. 392-402, August 2014.
- [107] Walton S., Hassan O., Morgan K., Brown M. R., „Modified cuckoo search: A new gradient free optimisation algorithm,” Chaos, Solitons & Fractals, vol. 44, no. 9, pp. 710-718, September 2011.
- [108] <http://www.aeso.ca/>.
- [109] „Electricity Market Module,” U. S. Energy Information Administration.
- [110] „Methodology and Specification Guide,” Nort American Electricity.
- [111] Adamec M, Indráková M., Karajica M., „The European Electricity Market and Cross-Border Transmission,” Acta Polytechnica, vol. 48, no. 3, pp. 20-25, 2008.
- [112] [www.nordpoolspot.com/](http://www.nordpoolspot.com/).
- [113] „Guidance for N2EX Members,” NWE Market Coupling.
- [114] [www.apxgroup.com](http://www.apxgroup.com).
- [115] [www.belpex.be/](http://www.belpex.be/).
- [116] „EPEX Spot Operational Rules,” European Power Exchange.
- [117] „Vademecum of the Italian Power Exchange,” Gestore dei Mercati Energetici S.p.A.
- [118] Правила за годишње и месечне аукције за доделу преносних капацитета на граници регулационих области ЈП Електромрежа Србије („ЕМС”) и MAVIR ZRt. („MAVIR”) за 2014. годину.
- [119] Правила за годишње и месечне аукције за расподелу прекограницчких капацитета између Хрватске и Србије за 2014. годину између регулационих области Хрватског оператора пријеносног система д.о.о. и ЈП Електромрежа Србије.
- [120] Аукциона правила за годишње и месечне аукције за доделу преносних капацитета на нтерконекцији између регулационих области Elektroenergien sistemen operator ead (ESO) и ЈП Електромрежа Србије (EMS).
- [121] Yearly and monthly auction rules for the allocation of capacities on the interconnection between the control areas of CN Transelectrica SA („Transelectrica”) and JP Elektromreža Srbije (EMS).

- [122] Правила за дневне аукције за доделу преносних капацитета на граници регулационих ообласти ЈП Електромулт Србије („EMC”) и CN Transselectrica S.A. („Транселектрика”).
- [123] Правила за расподелу интерконективних унутардневних капацитета на граници регулационих области MAVIR ZRt. („MAVIR”) и ЈП Електромулт Србије („EMC”) за 2014.
- [124] Правила за дневне аукције за доделу преносних капацитета на граници регулационих ообласти ЈП Електромулт Србије („EMC”) и Електроенергијен системен оператор ЕАД („ECO”) За 2014. годину.
- [125] Правила за дневне аукције за доделу преносних капацитета на граници регулационих области ЈП Електромулт Србије („EMC”) и Хрватског оператора пријеноносног система д.о.о. („ХОПС“).
- [126] Baldick R., „Variation of Distribution Factors With Loading,” IEEE Transactions on Power Systems, vol. 18, no. 4, pp. 1316-1323, November 2003.
- [127] Patel M., Girgis A.A., „Review of available transmission capability (ATC) calculation methods,” presented at the Power Systems Conference, Clemson, South Carolina, USA, pp. 1-9, 10-13 March 2009.
- [128] Rajaković N., „Analiza elektroenergetskih sistema II,” Akademika Misao Beograd, Beograd 2008.
- [129] Wood A.J., Wollenberg B.F., „Power Generation, operation, and Control,” New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore, John Wiley & Sons, 1996.
- [130] Šošić D., Škokljev I., „A software tool for available transfer capability teaching purposes,” International Journal of Electrical Engineering Education, vol. 50, no. 1, pp. 96-109, January 2013.
- [131] Christie R.D., Wollenberg B.F., Wangensteen I., „Transmission management in the deregulated environment,” Proceedings of the IEEE, vol. 88, no. 2, pp. 170-195, August 2002.
- [132] Domme H.W., Tinney W.F., „Optimal Power Flow Solutions,” IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-87, no. 10, pp. 1866-1876, October 1968.

- [133] Aoki K., Kanezashi M., „A Modified Newton Method For Optimal Power Flow Using Quadratic Approximated Power Flow,” IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-104, no. 8, pp. 2119 - 2125, August 1985.
- [134] Alsac O., Stott B., „Optimal Load Flow with Steady-State Security,” IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-93, no. 3, pp. 745-751, May 1974.
- [135] Alsac O., Bright J., Prais M., Stott B., „Further developments in LP-based optimal power flow,” IEEE Transactions on Power Systems, vol. 5, no. 3, pp. 697 - 711, August 1990.
- [136] Bakirtzis A.G., Biskas P.N., Zoumas C.E., Petridis, V., „Optimal power flow by enhanced genetic algorithm,” IEEE Transactions on Power Systems, vol. 17, no. 2, pp. 229-236, August 2002.
- [137] Bamane P.D., Kshirsagar A.N., Raj S., Jadhav H., „Temperature dependent Optimal Power Flow using gbest-guided artificial bee colony algorithm,” proceeding in 2014 International Conference on Computation of Power, Energy, Information and Communication (ICCPEIC), Chennai, India, pp. 321 - 327, 16-17 April 2014.
- [138] Leeton U., Uthitsunthorn D., Kwannetr U., Sinsuphun N., Kulworawanichpong T., „Power loss minimization using optimal power flow based on particle swarm optimization,” presented at the 2010 International Conference on Electrical Engineering/Electronics Computer Telecommunications and Information Technology (ECTI-CON), Chaing Mai, Thailand, pp. 440-444, 19-21 May 2010.
- [139] Varadarajan M., Swarup K.S., „Solving multi-objective optimal power flow using differential evolution,” IET Generation, Transmission & Distribution, vol. 2, no. 5, pp. 720 - 730, September 2008.
- [140] Zhang X.-P., Petoussis S.G., Godfrey K.R., „Nonlinear interior-point optimal power flow method based on a current mismatch formulation,” IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution, vol. 152, no. 6, pp. 795-805, November 2005.
- [141] Шошић Д., Шкокљев И., „Примена алгоритма Сивих Вукова на проблеме у електроенергетици,” изложено на INFOTEH Jahorina 2015, Јахорина, Босна и Херцеговина, март 2015.

- [142] Yang X.-S., Cui Z., Xiao R., Gandomi A.H., Karamanoglu M., „Swarm Intelligence and Bio-Inspired Computation Theory and Applications,” Elsevier, 2013.
- [143] Stagg G.W., El-Abiad A.H., „Computer Methods In Power System Analysis,” McGraw-Hill, 1968.
- [144] Suganthan P.N., Hansen N., Liang J.J., Deb K., Chen Y.-P., Auger A., Tiwari S., „Problem Definitions and Evaluation Criteria for the CEC 2005 Special Session on Real-Parameter Optimization,” May 2005.
- [145] US DOE, „Energy efficiency and renewable energy,” USA: Department of Energy 2002.
- [146] Keleş S., Bilgen S., „Renewable energy sources in Turkey for climate change mitigation and energy sustainability,” Renewable and Sustainable Energy Reviews, vol. 16, no. 7, pp. 5199-5206, September 2012.
- [147] Haydar A., Erdoğmuş Ş., Koç E., „Multi-criteria selection for a wind observation station location using analytic hierarchy process,” Renewable Energy, vol. 29, no. 8, pp. 1383-1392, July 2004.
- [148] Cristóbal J.R.S., „A goal programming model for the optimal mix and location of renewable energy plants in the north of Spain,” Renewable and Sustainable Energy Reviews, vol. 16, no. 7 pp. 4461-4464, September 2012.
- [149] Lund T., „Analysis of distribution systems with a high penetration of distributed generation,” PhD Thesis, Technical University of Denmark, September 2007.
- [150] Gupta S.C., Kumar Y., Agnihotri G., „Optimal sizing of solar-wind hybrid system,” presented at the Information and Communication Technology in Electrical Sciences, Tamil Nadu, India, pp. 282-287, 20-22 Decembre 2007.
- [151] Koroneos C., Michailidis M., Moussiopoulos N., „Multi-objective optimization in energy systems: the case study of Lesvos Island, Greece,” Renewable and Sustainable Energy Reviews, vol. 8, no. 1, pp. 91-100, February 2004.
- [152] Benhachani Z., Azoui B., Abdessemed R., Chabane M., „Optimal sizing of a Solar-Wind Hybrid System Supplying a farm in a semi-arid region of Algeria,” presented at the 2012 47<sup>th</sup> International Universities Power Engineering Conference, London, UK, 4-7 Septembre 2012.

- [153] Šošić D., Škopljev I., „Optimal location and sizing of photovoltaic plant,” presented at the 2013 International Conference on Renewable Energy Research and Applications (ICRERA), Madrid, Spain, pp. 121-126, 20-23 October 2013.
- [154] Baran M.E., Wu F.F., „Network reconfiguration in distribution systems for loss reduction and load balancing,” IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 4, no. 2, pp. 1401-1407, April 1989.
- [155] Saad Y., „Iterative Methods for sparse linear systems,” Society for Industrial and Applied Mathematics, 2003.
- [156] Campbell Y.E., Davis T.A., „Computing the sparse inverse subset an inverse multifrontal approach,” University of Florida, Gainesvill, 1995.
- [157] Takahashi K., Fagan J., Chen M.-S., „Formation of a sparse bus impedance matrix and its application to short circuit study,” in Proceedings 8th PICA Conference, Minneapolis, Minnesota, 1973, pp. 16-29.
- [158] Erisman A.M., Tinney W.F., „On computing certain elements of the inverse of a sparse matrix,” Communications of the ACM, vol. 18, no. 3, pp. 177-179, March 1975.
- [159] Tinney W.F., Walker J.W., „Direct solutions of sparse network equations by optimally ordered triangular factorization,” Proceedings of the IEEE, vol. 55, no. 11, pp. 1801-1809, November 1967.
- [160] Betancourt R., Alvorado F.L., „Parallel inversion of sparse matrices,” IEEE Transaction on Power Systems, vol. PWRS-1, no. 1, pp. 74-81, February 1986.
- [161] Enns M.K., Tinney W.F., Alvorado F.L., „Sparse matrix inverse factors,” IEEE Transactions on Power Systems, vol. 5, no. 2, pp. 466-473, May 1990.
- [162] Sato N., Tinney W.F., „Techniques for exploiting the sparsity of the network admittance matrix,” IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. 82, no. 69, pp. 944-950, December 1963.
- [163] Tinney W.F., Brandwajn V., Chan S.M., „Sparse vector methods,” IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-104, no. 2, pp. 295-301, February 1985.
- [164] Wang X.-F., Song Y., Irving M., „Modern Power Systems Analysis,” Springer, 2008.

- [165] Alsac O., Stott B., Tinney W.F., „Sparsity-oriented compensation methods for modified network solutions,” IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-102, no. 5, pp. 1050-1060, May 1983.
- [166] Tinney W.F., „Composition methods for network solutions by optimally ordered triangular factorization,” IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-91, no. 1, pp. 123-127, January 1972.
- [167] Tang J.M., Saad Y., „A Probing Method for Computing the Diagonal of a Matrix Inverse,” Numerical Linear Algebra with Applications, vol. 19, no. 3, pp. 485-501, May 2012.
- [168] Li S., Wu W., Darve E., „A fast algorithm for sparse matrix computations related to inversion,” Journal of Computational Physics, vol. 242, pp. 915-945, June 2013.
- [169] Li S., Ahmed S., Klimeck G., Darve E., „Computing entries of the inverse of a sparse matrix using the FIND algorithm,” Journal of Computational Physics, vol. 227, no. 22, pp. 9408-9427, November 2008.
- [170] [www.ntu.edu.sg/home/EPNSugan/index\\_files/CEC2013/CEC2013.htm](http://www.ntu.edu.sg/home/EPNSugan/index_files/CEC2013/CEC2013.htm).

## **9. ПРИЛОГ 1 - ИЗРАЧУНАВАЊЕ ИНВЕРЗНЕ ВРЕДНОСТИ РЕТКЕ МАТРИЦЕ**

Главни циљ матричних операција у проблемима који су везани за електроенергетски систем је налажење инверзне вредности матрице коефицијената електроенергетског система, матрице адмитанси чврова  $Y$ . Налажење инверзне вредности матрице која представља електроенергетски систем је доста захтеван поступак који битно успорава процес налажења решења разматраног проблема. Када се проблеми везани за електроенергетски систем представе помоћу матрица, те матрице су ретке, неприхватљиво је тражити целокупну инверзију такве матрице ако се захтева само мали део елемената инверзне матрице, као што је случај код анализа кратких спојева. Иако је оригинална матрица ретка, њеном инверзијом се добија комплетно попуњена матрица.

Матрице које имају само мали проценат ненутлих елемената се називају ретким матрицама. Матрица чије су димензија  $n \times n$  се назива ретка матрица ако у сваком реду има од једног до десет ненултих елемената, за велико  $n$ . Типични представници ретких матрица су модели система које је човек направио. Поред примене у електроенергетским системима, ретке матрице се примењују и у линеарном програмирању, теорији кола, нумеричким решењима диференцијалних једначина итд. Често је немогуће решити важне проблеме, који се моделују матрицама великих димензија, пошто је потребно наћи њену инверзну вредност. Карактеристике расположивих рачунара и расположива рачунарска меморија су главна ограничења за операцију инверзије матрица. Пошто су овакве матрице најчешће ретке од промарне је важности познавање доступних техника које се баве ретким матрицама. Познавањем више техника које се баве реткима матрицама, као и познавањем њихових добрих и лоших страна, лакше је одабрати праву методу за решавање задатог проблема. Развој неке методе која се бави проблематиком ретких матрица је посебно значајан ако постоји више проблема који имају исту структуру матрице.

Методе помоћу којих се израчунавају инверзне вредности ретких матрица могу се поделити у више група. Једна од најпознатијих је Гаусова метода замене унапред и уназад, међутим ова метода је рачунски доста захтевна [155]. За решавање

система једначина или израчунавање инверзне вредности матрице развијено је више метода које се заснивају на троугаonoј факторизацији основне матрице [156-159]. Могућност паралелног израчунавања уз употребу троугаоне факторизације може довести до бржег налажења решења [160]. Значајно убрзавање свих метода се постиже ако се примени нека од метода оптималне пренумерације. Употребом матричних фактора избегава се складиштење помоћних матрица које се користе код других метода [161, 162]. Методе ретких вектора се примењују у посебним случајевима када се захтева само мали део од укупног броја решења [163, 164]. Компензационе методе су погодне када дође до неких краткотрајних промена у систему [165, 166]. У [167] је изложена метода која налази само дијагоналне елементе инверзне матрице. У литератури [168, 169] је могуће наћи и итеративне методе израчунавања вредности инверзне матрице.

## 9.1. Шеме пренумерације

Пошто је матрица импеданси чврова ( $Y$ ) класичних електроенергетских система ретка, то је потребно пренумерисати матрицу адмитанси ради смањивања попуна које настају као последица процеса факторизације. Процес факторизације се може посматрати и као процес елиминације чврова у теорији графова. Нека се посматра систем (граф) са  $n$  чврова. Да би се обрисао  $k$ -ти чвр из графа, поред самог чвора из графа је потребно уклонити и све гране које су биле за њега повезане. Ако је чвр  $k$  био повезан са чвровима  $l$  и  $m$  пре брисања, после брисања чвра  $k$  потребно је спојити чврове  $l$  и  $m$ , односно додати грану између ова два чвра, ако ова грана већ не постоји. Ако приликом процеса елиминације чвра  $k$  настане нова грана у графу између чврова  $l$  и  $m$ , у матрици инциденције је потребно увести нове елементе на позицијама  $(l, m)$  и  $(m, l)$ . Најчешће коришћене шеме пренумерације су:

- Статичка шема: Шема нумерише чврлове према броју грана који су повезани на њих. То значи да су чврви поређани од чвра са најмањим бројем грана до чвра са највећим бројем грана. Ако постоји више чвррова са истим бројем грана, било који од ових чвррова може да иде први. Пре почетка процеса додељивања редних бројева неопходно је избројати

колико је грана повезано на сваки чвор. Ова шема је погодна за мање мреже са малим бројем петљи.

- Полудинамична шема: У претходној шеми, број грана који је повезан са сваким чворм се рачуна на основу иницијалне мреже и не мења се током процеса нумерације. Заправо, у процесу елиминације чвора, број грана повезаних на сваки од чворова ће се мењати у складу са правилом трансформације звезда у троугао. На основу овога следи да је неопходно број грана које су повезане за сваки појединачни чвор ажурирати после елиминације сваког чвора, и на основу тог броја даље вршити нумерацију. Помоћу ове шеме се постиже боља редукција попуна, зато што уважава променљиви број повезних грана током процеса елиминације.
- Динамичка шема: Претходне две шеме су само делимично оптималне, пошто не гарантују минималан број попуна. Ово је ригорознија шема која нумерише чворове према броју попуна који настаје њиховом елиминацијом. Процес се одвија на следећи начин:
  - На основу правила трансформације звезда у троугао, потребно је избројати новонастале гране (ове гране узрокују попуне у матрици  $L$ ) које се добијају елиминацијом сваког чвора. Чвр са најмање повезних грана, при чему се рачунају и новонастале, се први нумеришу.
  - Ажурирати број повезних грана за преостале чворове.

Очигледно је да је процес нумерације ове шеме знатно сложенији од претходне две, али за сложеније мреже ова метода даје најбоље резултате [164].

## 9.2. Употреба инверзних факора за налажење решења система линеарних једначина

Када је потребно разматрани систем једначина решавати више пута, погодно је употребити одговарајућу форму складиштења факторизационих матрица. У случајевима у којима се захтева само крајње решење без познавања међурезултата, тј. без познавања вредности инверзне матрице, факторизационе матрице је

могуће израчунати и складиштити на посебан начин [162] што ће бити приказано у даљем излагању. Проблеми везани за електроенергетске системе често захтевају решавање једначине облика  $\mathbf{I} = \mathbf{YE}$  где је  $\mathbf{I}$  вектор колона струја ињектирања,  $\mathbf{Y}$  је матрица адмитанси чвррова а  $\mathbf{E}$  је вектор колона напона чвррова који је непознат. Овај систем једначина је могуће решити и помоћу матрице импеданси  $\mathbf{Z}$ , која има следећи облик

$$\mathbf{E} = \mathbf{ZI}. \quad (9.1)$$

У наставку излагања ће бити показано да је за трансформацију вектора струје  $\mathbf{I}$  у вектор напона  $\mathbf{E}$  потребно познавати матрицу  $\mathbf{A}$  и реципрочне вредности којима се трансформише матрица  $\mathbf{Y}$  у матрицу  $\mathbf{A}$ . Матрица  $\mathbf{A}$  је горња троугаона матрица која настаје елиминацијом свих елемената испод главне дијагонале матрице  $\mathbf{Y}$ . Иако предложени алгоритам захтева увођење сложенијег индексирања, добијање крајњег резултата је прилично једноставно.

Матрица импеданси  $\mathbf{Z}$  се може приказати помоћу производа елементарних матрица, тако да се једначина (9.1) може писати у следећем облику

$$\mathbf{E} = (\mathbf{T}_q \dots \mathbf{T}_2 \mathbf{T}_1) \mathbf{I}. \quad (9.2)$$

Ове елементарне матрице су настале елементарним операцијама које су претвориле матрицу  $\mathbf{Y}$  у јединичну матрицу  $\mathbf{I}$ . Односно важи

$$\mathbf{I} = (\mathbf{T}_q (\dots (\mathbf{T}_2 (\mathbf{T}_1 \mathbf{Y}))))). \quad (9.3)$$

Приликом трансформације елементарне операције се примењују секвенцијално за сваки пар производа који је дефинисан заградама у једначини (9.3). Иако је производ елементарних матрица  $\mathbf{T}_1, \dots, \mathbf{T}_q$  из једначина (9.2) и (9.3) јединствен, број и тип ових елементарних матрица није. Број нумеричких операција које се користе за добијање ових матрица првенствено зависи од распореда матрице адмитанси. Наиме, ако је за нумерацију разматраног електроенергетског система употребљена нека од оптималних метода нумерације број потребних елементарних матрица ће бити мањи у односу на случај када се не користи оптимална нумерација.

За ову методу се захтевају само два типа операција. Ове операције се најбоље могу дефинисати помоћу производа следећа два типа елементарних матрица и друге матрице.

$$\mathbf{T}_{ij} = i \begin{bmatrix} 1 & & & j \\ & 1 & & \\ & & c & \\ & & & 1 \\ & & & \\ & & & 1 \end{bmatrix}, \quad i = j, \quad (9.4)$$

$$\mathbf{T}_{ij} = i \begin{bmatrix} 1 & & & j \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \\ & & & \\ & & & 1 \end{bmatrix}, \quad i \neq j. \quad (9.5)$$

Дупло индексирање елементарних матрица је уведено да би се одредио тип операције који ће се применити на одговарајућем реду. Множење матрице елементарном матрицом  $\mathbf{T}_{ij}$  типа (9.4) за последицу има промену само  $i$ -тог реда, тј. сви елементи  $i$ -тог реда се множе са скаларом  $c$ . Када се матрица множи матрицом  $\mathbf{T}_{ij}$  типа (9.5) опет се мења само  $i$ -ти ред коме се додаје  $j$ -ти ред помножен скаларом  $c$ . Са програмерског гледишта, операцију са елементарним матрицама могуће је дефинисати помоћу једног скалара и одговарајућег паре координата. У циљу приказивања ове идеје редослед операција који је задат у једначинама (9.2) и (9.3) може се поделити у две групе као што је приказано следећом једначином

$$\mathfrak{I} = (A_{12} \left( \dots \left( A_{n-1,n} \left( B_{nn}, \left( B_{n,n-1} \dots \left( B_{21} \left( B_{11} Y \right) \right) \dots \right) \right) \right) \right)). \quad (9.6)$$

Ред посматране матрице је  $n$ ,  $B_{ij}$  су елементарне матрице које трансформишу матрицу адмитанси  $\mathbf{Y}$  у матрицу  $\mathbf{A}$  (изједначавајући елементе испод главне дијагонале са нулом) док су  $A_{ij}$  елементарне матрице које трансформишу матрицу  $\mathbf{A}$  у једнинчну матрицу  $\mathfrak{I}$  (изједначавајући елементе изнад главне дијагонале са нулом).

Исти принцип се може применити за решавање једначине (9.2). Пошто је  $\mathbf{I}$  вектор колона, множење елементарних матрица  $B_{ij}$  или  $A_{ij}$  са  $\mathbf{I}$  се своди на множење једног елемента скаларом, односно множење једног елемента скаларом и додавање другом елементу.

Ако се претпостави да матрица  $\mathbf{Y}$  на свим својим позицијама садржи ненулте елементе, тада је за њено инвертовање потребно  $n^2$  операција множења-додавања, где је  $n$  димензија квадратне матрице. Међутим, као што је познато матрица  $\mathbf{Y}$  је

ретка, а ако се примени оптимално нумерисање и троугаона матрица  $A$  може бити ретка. И поред чињенице да у изразу (9.6) има  $n^2$  операција, само оне операције које су везане за матрицу  $A$  повећавају време прорачуна. Битни елементи матрице  $A$  ( $A_{ij}$ ) су негативне вредности ненултих елемената изнад главне дијагонале које је потребно складиштити заједно са одговарајућим индексима. Битни елементи матрица  $B_{ii}$  су реципрочне вредности пивота  $i$ -тог реда који се рачунају у процесу редукције. Све матрице типа  $B_{ij}$  су зависне од матрице  $A_{ij}$  и могу се изразити на следећи начин

$$B_{ij} = B_{ii} A_{ij} B_{ii}^{-1}, \quad i \neq j. \quad (9.7)$$

Заменом вредности матрице  $B_{ij}$  добијене изразом (9.7) у (9.6) и применом на једначину (9.2) добија се

$$E = (A_{12} (.. A_{n-1,n} (B_{n,n} (B_{n-1,n-1} A_{n,n-1} B_{n-1,n-1}^{-1} (.. (B_{11} A_{21} B_{11}^{-1} (B_{11} I))))))). \quad (9.8)$$

Производи типа  $B_{ii}^{-1} B_{ii}$  се поништавају тако да се добија

$$E = (A_{12} (.. A_{n-1,n} (B_{n,n} (B_{n-1,n-1} A_{n,n-1} (.. (A_{21} I)))))). \quad (9.9)$$

Груписањем  $n$  матрица типа  $B_{ii}$  добија се једначина (9.10) помоћу које се вектор струје ињектирања  $I$  трансформише у вектор напона чврова  $E$

$$E = (A_{12} (A_{13} (.. A_{n-1,n} (B_{n,n} (B_{n-1,n-1} (.. (B_{11} A_{n,n-1} (.. A_{31} (A_{21} I))))))))). \quad (9.10)$$

Једначина (9.10) представља најпогоднију форму за програмирање. Све потребне информације су смештене у матрици  $A$  и у  $n$  реципрочних вредности које дефинишу елементе матрица  $B_{ii}$ . Трансформације вектора  $I$  започињу елементима матрице  $A$  почев од првог ка ( $n-1$ )-вом реду. Након тога наступају  $n$  множења елементарним матрицама типа  $B_{ii}$ . У трећем циклусу трансформације вектора  $I$  се обављају опет помоћу елемената матреце  $A$  почев од ( $n-1$ )-ог реда до првог реда. Трансформација вектора  $I$  у вектор  $E$  употребом једначине (9.10) најбоље се може видети на следећем примеру. Нека је матрица  $Y$  дата следећим изразом

$$Y = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 3 \end{bmatrix}. \quad (9.11)$$

Изразима (9.12) – (9.15) приказана је трансформација матрице  $Y$  у матрицу  $A$ .

$$\mathbf{Y}' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1/2 \\ 0 & 3 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 5/2 \end{bmatrix}, \quad (9.12)$$

$$\mathbf{Y}'' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1/2 \\ 0 & 1 & -1/3 & -1/3 \\ 0 & 0 & 5/3 & -4/3 \\ 0 & 0 & -4/3 & 13/6 \end{bmatrix}, \quad (9.13)$$

$$\mathbf{Y}''' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1/2 \\ 0 & 1 & -1/3 & -1/3 \\ 0 & 0 & 1 & -4/5 \\ 0 & 0 & 0 & 11/10 \end{bmatrix}, \quad (9.14)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1/2 \\ 0 & 1 & -1/3 & -1/3 \\ 0 & 0 & 1 & -4/5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (9.15)$$

Према предложеном алгоритму трансформација вектора  $\mathbf{I}$  у вектор  $\mathbf{E}$  се обавља секвенцијалним множењем елементарних матрица као што је дефинисано изразом (9.10). За разматрани пример трансформација се обавља применом израза (2.94)

$$\mathbf{E} = \mathbf{A}_{14}\mathbf{A}_{23}\mathbf{A}_{24}\mathbf{A}_{34}\mathbf{B}_{11}\mathbf{B}_{22}\mathbf{B}_{33}\mathbf{B}_{44}\mathbf{A}_{43}\mathbf{A}_{42}\mathbf{A}_{32}\mathbf{A}_{41}\mathbf{I}. \quad (9.16)$$

Заграде су изостављене из ове једначине под претпоставком да ће се све операције радити од десне ка левој страни. Неопходни  $A_{ij}$  елементи се могу наћи у матрици  $\mathbf{A}$  изнад главне дијагонале. Складиштење ових елемената са одговарајућим индексима је приказано у табели 9.1. Четири елемента која трансформишу елементе главне дијагонале у јединице ( $B_{ii}$ ) су такође приказани у табели 9.1.

Нека је  $\mathbf{I}$  вектор који на свим позицијама има вредност један, тада се решење једначине (9.1) добија кроз 12 корака као што је приказано у табели 9.2. Колоном 0 је приказан вектор  $\mathbf{I}$ , док свака наредна колона представља појединачну промену насталу множењем одговарајућим елементарним матрицама које су дефинисане изразом (9.16). Елементарна матрица која утиче на промену је дата испод броја колоне. Подвучени елементи у табели 9.2 означавају елементе који су се променили у том кораку прорачуна. Елементи у последњој 12-тој колони представљају тражено решење, вектор  $\mathbf{E}$ .

Табела 9.1. Елементи матрица  $A_{ij}$  и  $B_{ii}$ .

$A_{ij}$		$B_{ii}$	
Вредности	Координате	Вредности	Координате
1/2	1-4	1/2	1-1
1/3	2-3	1/3	2-2
1/3	2-4	3/5	3-3
4/5	3-4	10/11	4-4

Табела 9.2. Трансформација вектора  $I$  у вектор  $E$ .

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$A_{41}$	$A_{32}$	$A_{42}$	$A_{43}$	$B_{44}$	$B_{33}$	$B_{22}$	$B_{11}$	$A_{34}$	$A_{24}$	$A_{23}$	$A_{14}$	
1	1	1	1	1	1	1	1	<u>1/2</u>	1/2	1/2	1/2	<u>20/11</u>
1	1	1	1	1	1	1	<u>1/3</u>	1/3	1/3	<u>40/33</u>	<u>24/11</u>	24/11
1	1	<u>4/3</u>	4/3	4/3	4/3	<u>4/5</u>	4/5	4/5	<u>32/11</u>	32/11	32/11	32/11
1	<u>3/2</u>	3/2	<u>11/6</u>	<u>29/10</u>	<u>29/11</u>	29/11	29/11	29/11	29/11	29/11	29/11	29/11

Елементи колоне 1 се одређују помоћу претходне (нулте) колоне, тако што се први елемент претходне колоне помножи са првим елементом из табеле  $A_{ij}$  и овај производ се додаје четвртом елементу претходне колоне. Координате првог елемента у табели 9.1.  $A_{ij}$  дефинишу елементе који ће учествовати у описаним операцијама. На исти начин се рачунају елементи друге, треће и четврте колоне. Колона 5 се добија помоћу претходне колоне множењем четвртог елемента претходне колоне четвртим елементом табеле 9.1.  $B_{ii}$ . На исти начин се рачунају промене у колонама 6, 7 и 8. Елемент који се мења у деветој колони се добија збиром трећег елемента претходне колоне и производа четвртог елемента претходне колоне и четвртог елемента из табеле 9.1.  $A_{ij}$ . Процес се наставља све до 12-те колоне која уједно представља тражено решење. Када се поред коначног решења захтева и познавање инверзне вредности матрице тада је уместо вектора  $I$  у изразу (9.10) потребно уврстити јединичну матрицу  $\mathfrak{I}$  и спровести описани поступак.

## 10. ПРИЛОГ 2- ТЕСТ ФУНКЦИЈЕ

У циљу тестирања оптимизационих алгоритама коришћене су четири тест функције [142]. У табели 10.1 су дати опсези простора претраге за сваку управљачку променљиву.

Табела 10.1. Простор претраге тест функција.

Број функције	Минимум	Максимум
1	0	$2\pi$
2	-5	5
3	-10	10
4	-5	5

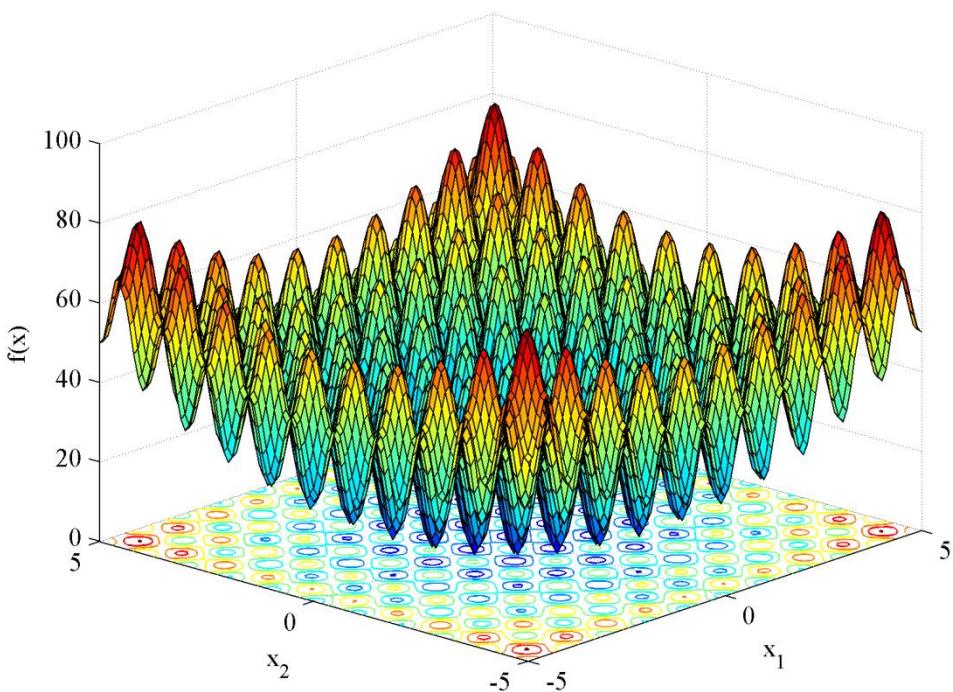
- Прва тест функција

$$f(x) = \cos(x). \quad (10.1)$$

- Друга тест функција

$$f(x) = \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 10 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot x_i)) + 10. \quad (10.2)$$

На слици 10.1. је дат приказ друге тест функције за две контролне променљиве.



Слика 10.1. Друга тест функција.

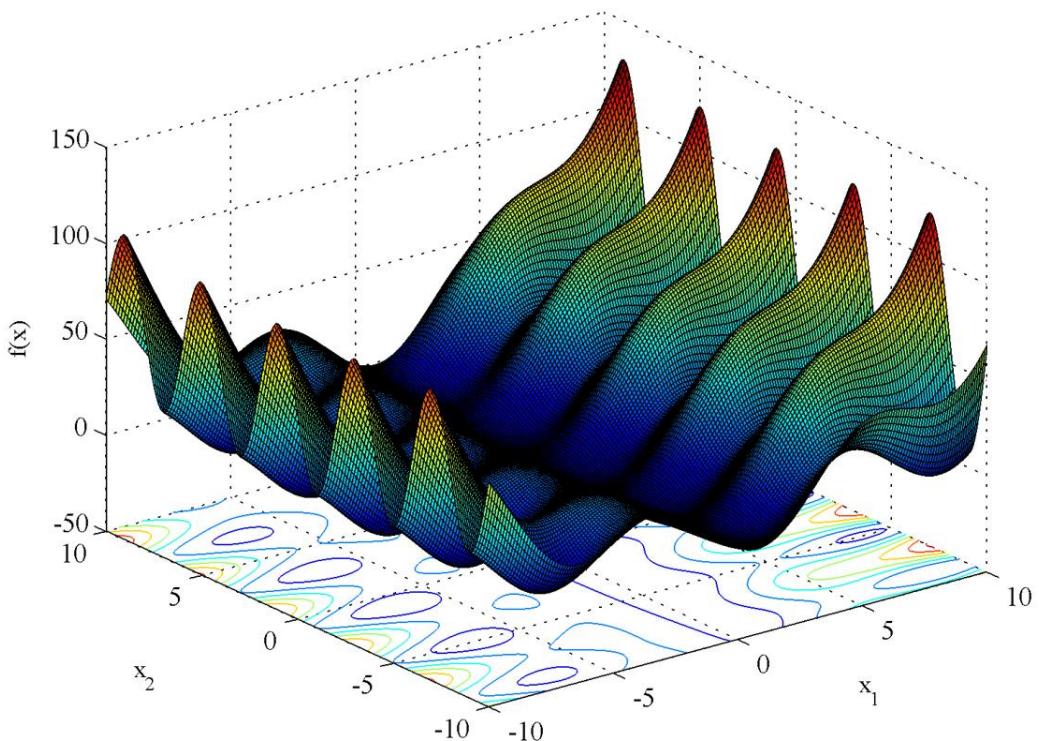
- Трећа тест функција

$$f(x) = \frac{\pi}{n} \left( 10 \cdot \sin(\pi \cdot y_1) + \sum_{i=1}^{n-1} (y_i - 1)^2 \cdot (1 + 10 \cdot \sin^2(\pi \cdot y_{i+1})) + (y_n - 1)^2 \right) + \sum_{i=1}^n u(x_i, 10, 100, 4),$$

$$y_i = 1 + \frac{x_i + 1}{4},$$

$$u(x_i, a, k, m) = \begin{cases} k(x_i - a)^m, & x_i > a, \\ 0, & -a \leq x_i \leq a, \\ k(-x_i - a)^m & x_i < -a. \end{cases}$$
(10.3)

На слици 10.2. је дат приказ треће тест функције за две контролне променљиве.



Слика 10.2. Трећа тест функција.

- Четврта тест функција

Вектори  $\sigma$  и  $\lambda$  који су потребни за формирање комбиноване функције дати су у табели 10.2. У табели 10.3 су дата имена функција које су коришћене за изградњу четврте тест функције. На веб страници [170] могуће је наћи код за комбиновање ових функција.

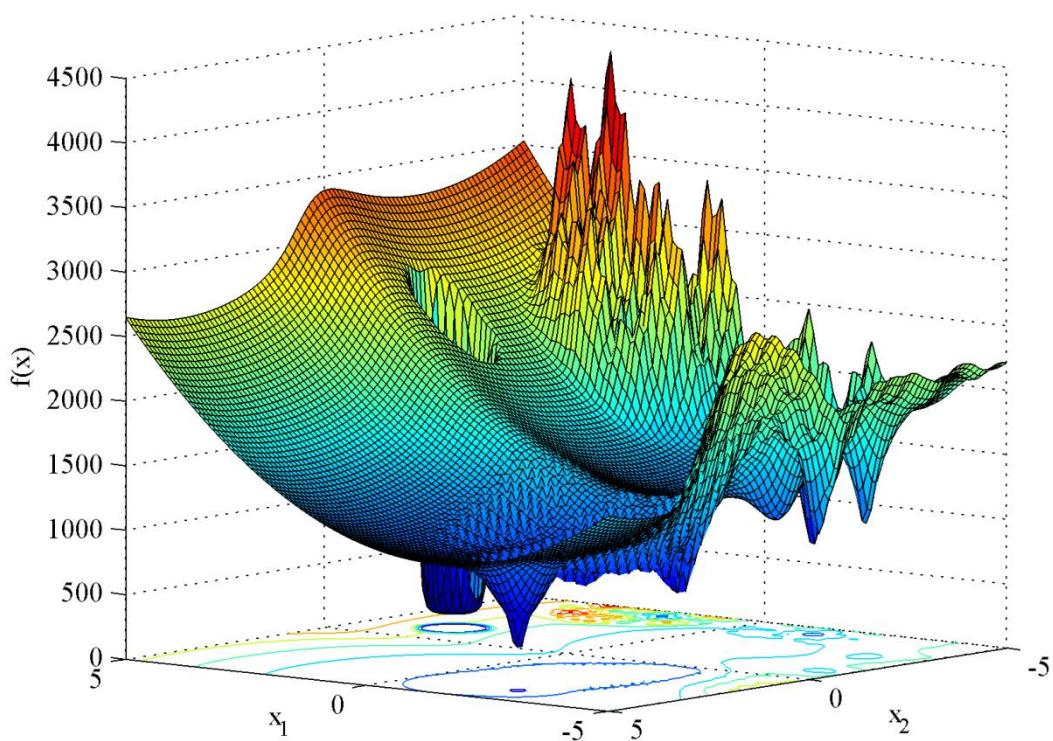
Табела 10.2. Вектори  $\sigma$  и  $\lambda$ .

Функција	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\sigma$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
$\lambda$	0.02	0.04	3	4	0.025	0.030	0.1094	0.1250	0.045	0.05

Табела 10.3. Називи функција.

Број функције	Назив
$f_1, f_2$	Rastrigin's
$f_3, f_4$	Weierstrass's
$f_5, f_6$	Griewank's
$f_7, f_8$	Ackley's
$f_9, f_{10}$	Sphere

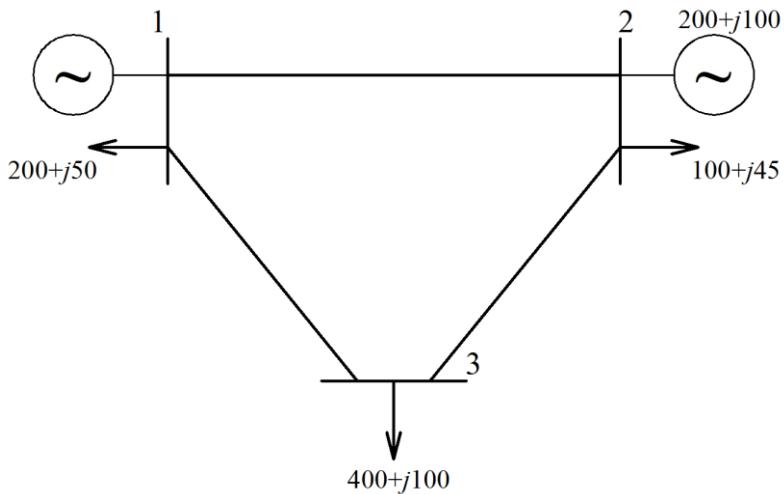
На слици 10.3. је дат приказ четврте тест функције за две контролне променљиве.



Слика 10.3. Четврта тест функција.

## 11. ПРИЛОГ 3

У овом прилогу ће бити приказан детаљан ток израчунавања вредности ATC-а билатералних трансакција помоћу три различите методе (једнокорачна DC метода, RPF метода, и предложени алгоритам који користи ВН методу оптимизације). Као тест пример коришћена је мрежа са три чвора приказана на слици 11.1. У табели 11.1 су приказани сви неопходни подаци преносне мреже. Сва израчунавања ће се спровести за трансакцију између чворова 2 и 3. У табели 11.2 је приказан једнокорачни DC прорачун вредности ATC-а. У другој колони су дати токови снага по водовима посматране мреже. У трећој колони су дати фактори осетљивости (PTDF) израчунати помоћу (5.22). Четврта колона представља вредности расположивог оптеретног капацитета израчунатог помоћу (5.39). На крају је у петој колони дата вредност ATC-а разматране трансакције.



Слика 11.1. Тест мрежа.

Табела 11.1. Подаци тест мреже.

Грана	R (п.ј.)	X (п.ј.)	S <sub>max</sub> (MVA)
1–2	0.0067	0.02	350
1–3	0.0100	0.04	350
2–3	0.0114	0.04	350

Табела 11.2. Једнокорачни DC прорачун.

Грана	P <sub>v</sub> (MW)	PTDF	ALC (MW)	ATC <sub>23</sub> (MW)
1–2	80	-0.4	1075	
1–3	220	0.4	325	283.33
2–3	180	0.6	283.33	

У табели 11.3 су дати кораци RPF методе чији је алгоритам приказан на слици 5.13. Ова метода се заснива на половљењу корака прорачуна. За почетни корак је усвојена вредност од 50 MW. Алгоритам се зауставља када вредност корака опадне испод 0.005 MW. Поступак почиње постепеним повећавањем снаге трансакције. Трансакција се моделује као позитивно инјектирање у продајном чвору, чвор број 2, и као негативно инјектирање у куповном чвору, чвор број 3. Ово доводи до промене базног стања мреже тако да се мора извршити провера изводљивости оваквог стања помоћу N-R прорачуна токова снага. Снага трансакције се повећава све док се не наруши неко релевантно ограничење, пети корак у табели 11.3. Тада је потребно смањити корак прорачуна за 50% (25 MW) и од тренутне вредности трансакције одузети нову вредност корака. Друга колона у табели 11.3 говори да ли је неко ограничење нарушено „–“, односно да је овакво стање прихватљиво „+“. Када се достигне критеријум конвергенције ове методе, 17-ти корак, прорачун се понавља последњи пут и израчуната вредност се проглашава за ATC између посматраних чворова.

На крају ће бити приказан поступак израчунавања вредности ATC-а предложеном методом која користи ВН оптимизациони алгоритам. У табели 11.4 је приказан

Табела 11.3. RPF прорачун.

ATC (MW)	Повећање	Корак (MW)	ATC (MW)	Повећање	Корак (MW)
50	+	50	207.8125	+	0.7813
100	+	50	208.5938	–	0.3906
150	+	50	208.2031	+	0.1953
200	+	50	208.3984	–	0.0977
250	–	25	208.3008	+	0.0488
225	–	12.5	208.3496	+	0.0122
212.5	–	6.25	208.3618	–	0.0061
206.25	+	3.1250	208.3557	–	0.0031
209.3750	–	1.5625	208.3527		

Табела 11.4. Генерисање почетне популације оптимизационог алгоритма.

Променљива	Вредност	Променљива	Вредност	Променљива	Вредност
1	62.3360	5	321.0841	8	15.9061
2	350.7289	5	287.5618	9	216.7617
2	190.5406	5	138.7505	9	28.6012
3	88.1780	6	127.3151	10	77.1503
4	202.9220	7	89.6488		

поступак формирања почетне популације. У петом поглављу је речено да се за горњу границу независне променљиве, која представља снагу трансакције између посматраних чворова, поставља повећана вредност ATC-а која је израчуната једнокорачном DC методом. У овом случају максимално ограничење независно променљиве износи  $1.3 \cdot 283.33$  MW, односно 368.333 MW. Као и код RPF методе и код ове методе свако новонастало стање, свака звезда представља једно стање система, се проверава помоћу N-R прорачуна токова снага. Када се направи неизводљива звезда, трансакција која изазива нарушавање неког од релевантних ограничења, таква звезда се одбације и прави се нова. Одбачена вредност, ћелије табеле 11.4 означене сивом бојом, такве звезде се сада поставља за горње ограничење независно променљиве. Први такав случај се десио приликом прављења друге звезде. После формирања изводљиве почетне популације горње ограничење независно променљиве износи 216.7617 MW.

Пошто се код овог оптимизационог проблема тражи максимална вредност, при чему постоји само једна независна променљива фитнес вредност сваке звезде представља управо вредност сваке звезде. Ово значи да је фитнес вредност прве звезде почетне популације 62.3360, а фитнес вредност девете звезде 28.6012. Кретање сваке звезде у простору претраге је дефинисано изразом (3.21). Ради израчунавање пречника хоризонта догађаја, који је дефинисан изразом (3.22), потребно је нормализовати сваку звезду. Нормализација се може спровести на следећи начин

$$\dot{x} = \frac{x - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}}, \quad (11.1)$$

где је  $\dot{x}$  нормализована вредност звезде  $x$ ,  $x_{\min}$  и  $x_{\max}$  су минимално и максимално ограничење управљачке променљиве. Ако је нормализовано растојање између звезде и црне рупе, трећа колона табеле 11.5, мање од хоризонта догађаја, четврта колона, таква звезда се уништава и генерише се нова звезда. Приликом генерисања нових звезда неврши се провера да ли је новонастала звезда боља од најбољег решења, црне рупе, или да ли се налази у хоризонту догађаја. Управо ова чињеница доприноси налажењу бОльих локација у простору претраге као што ће се показати у приложеним резултатима. У табелама 11.5 до 11.14 је приказано кретање свих звезда од прве до последње итерације прорачуна.

Табела 11.5. Прва итерација алгоритма.

Променљива	Вредност	Растојање	R	Растојање<R
1	117.9899	0.4008	0.1884	0
2	201.5046	0.0067	0.1865	1
2	4.6039			
3	185.0312	0.0844	0.2054	1
3	62.4427			
4	202.9220			
5	154.8154	0.2310	0.2302	0
6	164.2400	0.1825	0.2210	1
6	158.0271			
7	112.5998	0.4262	0.2170	0
8	56.3532	0.6917	0.2080	0
9	198.7966	0.0195	0.1771	1
9	128.5908			
10	115.4357	0.4129	0.1822	0

Табела 11.6. Друга итерација алгоритма.

Променљива	Вредност	Растојање	R	Растојање<R
1	200.1790	0.0127	0.1603	1
1	194.2120			
2	42.2894	0.7411	0.1563	0
3	62.6955	0.6469	0.1563	0
4	202.9220			
5	189.0559	0.0640	0.1523	1
5	188.0899			
6	163.3385	0.1826	0.1518	0
7	116.1244	0.4004	0.1514	0
8	144.0299	0.2717	0.1421	0
9	173.5102	0.1357	0.1447	1
9	111.9428			
10	116.0924	0.4006	0.1512	0

Уоквирене вредности представљају црне рупе, односно најбоље звезде у тренутној итерацији. Међутим оне су одабране на основу података из претходних итерација. Ради очувања добирх решења црне рупе се не померају произвољно. Последња колона у табелама је показатељ тачности тврђе у заглављу табеле, тј. говори да ли је растојање веће „0“ или је мање „1“ од полупречника хоризонта догађаја. Као што се може видети у трећој итерацији је после одбацања генерисана звезда са већом фитнес вредношћу у односу на црну рупу, али ће она постати црна

рупа тек у наредној итерацији. Такође се може видети да је приликом генерисања десете звезде дошло до поновног смањивања горењг ограничења независне променљиве.

Табела 11.7. Трећа итерација алгоритма.

Променљива	Вредност	Растојање	R	Растојање<R
1	200.2126	0.0125	0.1506	1
1	205.0610			
2	182.6078	0.0937	0.1359	1
2	24.5540			
3	112.4155	0.4175	0.1466	0
4	202.9220			
5	191.6784	0.0519	0.1462	1
5	121.4588			
6	187.5924	0.0707	0.1512	1
6	65.2039			
7	185.4012	0.0808	0.1574	1
7	172.4646			
8	190.0301	0.0595	0.1535	1
8	76.1047			
9	116.8827	0.3969	0.1529	0
10	177.6290	0.1167	0.1461	1
10	215.2289			
10	34.9696			

Табела 11.8. Четврта итерација алгоритма.

Променљива	Вредност	Растојање	R	Растојање<R
1	205.0610			
2	111.4965	0.4347	0.1682	0
3	191.3315	0.0638	0.1580	1
3	174.3168			
4	203.3215	0.0081	0.1600	1
4	53.2045			
5	125.9891	0.3674	0.1806	0
6	150.3715	0.2541	0.1680	0
7	197.7996	0.0337	0.1645	1
7	109.9957			
8	79.6832	0.5825	0.1765	0
9	204.2132	0.0039	0.1641	1
9	107.8167			
10	91.4395	0.5279	0.1696	0

Табела 11.9. Пета итерација алгоритма.

Променљива	Вредност	Растојање	R	Растојање<R
1	205.0610			
2	127.7657	0.3591	0.1673	0
3	193.5515	0.0535	0.1647	1
3	123.7856			
4	167.2465	0.1757	0.1591	0
5	138.1281	0.3110	0.1576	0
6	169.8840	0.1634	0.1553	0
7	123.6805	0.3781	0.1537	0
8	186.3305	0.0870	0.1423	1
8	72.7193			
9	134.5780	0.3275	0.1514	0
10	92.1225	0.5247	0.1513	0

Табела 11.10. Шеста итерација алгоритма.

Променљива	Вредност	Растојање	R	Растојање<R
1	205.0610			
2	189.7497	0.0711	0.1447	1
2	107.0566			
3	167.4990	0.1745	0.1488	0
4	200.1796	0.0227	0.1453	1
4	155.5768			
5	182.8450	0.1032	0.1453	1
5	38.4889			
6	189.2488	0.0735	0.1595	1
6	206.5928			
7	172.1850	0.1527	0.1517	0
8	179.7269	0.1177	0.1406	1
8	211.8998			
8	187.7272			
9	149.6499	0.2615	0.1384	0
10	96.0336	0.5145	0.1380	

Као критеријум конвегенције алгоритма усвојен је одређени број понављања најбољег решења. У овом случају због малих димензија мреже оправдано је усвојити пет узастопних пролаза. Ово практично значи да ако вредност црне рупе остаје непромењена током пет узастопних итерација алгоритам ће прекинути даљу претрагу.

Табела 11.11. Седма итерација алгоритма.

Променљива	Вредност	Растојање	R	Растојање<R
1	205.7520	0.0040	0.1390	1
1	2.9231			
2	154.2080	0.2472	0.1552	0
3	204.6849	0.0090	0.1510	1
3	52.7529			
4	175.2906	0.1477	0.1672	1
4	91.4206			
5	178.1642	0.1342	0.1899	1
5	174.7425			
6	206.5928			
7	187.7717	0.0888	0.1585	1
7	80.6406			
8	205.1943	0.0066	0.1702	1
8	156.9846			
9	191.6529	0.0705	0.1710	1
9	200.6513			
10	152.4298	0.2556	0.1622	0

Табела 11.12. Осма итерација алгоритма.

Променљива	Вредност	Растојање	R	Растојање<R
1	164.2049	0.2000	0.1440	0
2	177.8950	0.1354	0.1417	1
2	179.9450			
3	112.8168	0.4425	0.1359	0
4	176.4611	0.1422	0.1287	0
5	205.8424	0.0035	0.1262	1
5	110.8870			
6	206.5928			
7	149.6641	0.2687	0.1283	0
8	173.0280	0.1584	0.1270	0
9	201.3100	0.0249	0.1270	0
9	79.5069			
10	170.2984	0.1713	0.1356	0

У табели 11.15 су приказана времена израчунавања сваке поменуте методе. Као што је било очекивнао једнокорачној DC методи је требало најмање времена али је добијена превисока вредност. Грешка у односу на тачну вредност која се израчунава помоћу RPF методе износи 36%, док грешка предложеног алгоритма који користи ВН методу оптимизације износи свега 0.84%.

Табела 11.13. Девета итерација алгоритма.

Променљива	Вредност	Растојање	R	Растојање<R
1	178.7060	0.1316	0.1343	1
1	173.1473			
2	194.1133	0.0589	0.1336	1
2	110.4256			
3	185.4285	0.0999	0.1345	1
3	25.4837			
4	195.3070	0.0533	0.1482	1
4	73.4588			
5	142.9120	0.3005	0.1584	0
6	206.5928			
7	182.3763	0.1143	0.1545	1
7	186.0682			
8	179.6927	0.1269	0.1536	1
8	142.4922			
9	194.1170	0.0589	0.1453	1
9	42.2014			
10	181.1245	0.1202	0.1613	1
10	105.2125			

Табела 11.14. Деаета итерација алгоритма.

Променљива	Вредност	Растојање	R	Растојање<R
1	202.9106	0.0174	0.1673	1
1	106.2496			
2	137.0635	0.3281	0.1774	0
3	122.1884	0.3983	0.1638	0
4	149.9092	0.2675	0.1544	0
5	169.1997	0.1765	0.1514	0
6	206.5928			
7	183.4155	0.1094	0.1514	1
7	148.9157			
8	174.9750	0.1492	0.1516	1
8	80.7902			
9	52.8756	0.7254	0.1615	0
10	141.5655	0.3069	0.1571	0

Табела 11.15. Девета итерација алгоритма.

Метода	DC	RPF	BH
Време (s)	$4.044 \cdot 10^{-3}$	0.0406	0.1626

## **БИОГРАФИЈА**

Дарко З. Шошић је рођен 27. маја 1984. године у Београду. Средњу електротехничку школу „Раде Кончар“ у Београду смер за електронику завршио је 2003. године. Електротехнички факултет Универзитета у Београду је уписао 2003. године, а дипломирао је 05.09.2007. године на смеру Електроенергетски системи, са просечном оценом 9,30. Дипломски рад под менторством проф. др Николе Рајаковића са темом: „Оптимална експлоатација изолованог хибридног електроенергетског система“ је одбранио са оценом 10 (десет). Одмах по завршетку редовних студија уписао је последипломске мастер студије на Електротехничком факултету Универзитета у Београду – смер Електроенергетски системи, где је 20.10.2009. године одбранио мастер рад под називом “Анализа простирања хармонијских изобличења у дистрибутивној мрежи” под менторством доц. др Предрага Стефанова. По завршетку мастер студија уписао је докторске студије на Електротехничком факултету Универзитета у Београду – смер Електроенергетске мреже и системи. Положио је све испите на докторским студијама са просечном оценом 9,9.

Од стране Електротехничког факултета Универзитета у Београду проглашен је за најбољег студента у генерацији на Енергетском одсеку у трећој и четвртој години студирања, а по завршетку основних студија проглашен за најбољег дипломца у генерацији на Енергетском одсеку.

Од 2008. године запослен је на катедри за Електроенергетске системе Електротехничког факултета Универзитета у Београду као сарадник у настави. У звање асистента је изабран 2010. године. На Електротехничког факултета Универзитета у Београду је ангажован на 10 предмета са основних и мастер студија.

Области којима се Дарко Шошић у свом научно истраживачком раду бави су: тржиште електричне енергије, преносне и дистрибутивне мреже, пројектовање помоћу рачунара, развој нових метода оптимизације, планирање електроенергетских система, обновљиви извори енергије. До сада је учествовао на 3 научна пројекта. Аутор је или коаутор: 4 рада у часописима са SCI листе, 3 рада у домаћим часописима, 1 рада на међународној конференцији, 5 радова на домаћим конференцијама.

**Прилог 1.**

**Изјава о ауторству**

Потписани-а Дарко Шошић

број уписа 2009/5001

**Изјављујем**

да је докторска десертијација под насловом

Методе одређивања расположивог преносног капацитета у високонапонским  
преносним мрежама електроенергетског система

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

**Потпис докторанда**

У Београду, 21.11.2016

Дарко Шошић

**Прилог 2.**

**Изјава о истоветности штампане и електронске  
верзије докторског рада**

Име и презиме аутора Дарко Шошић

Броје индекса 2009/5001

Студијски програм Електроенергетске мреже и системи

Наслов рада Методе одређивања расположивог преносног капацитета у високонапонским преносним мрежама електроенергетског система

Ментор проф. др Иван Шокљев

Потписани Дарко Шошић

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла за објављивање на порталу **Дигиталног репозиторијума Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

**Потпис докторанда**

У Београду, 21.11.2014

Дарко Шошић

### Прилог 3.

## Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

Методе одређивања расположивог преносног капацитета у високонапонским преносним мрежама електроенергетског система

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство
2. Ауторство - некомерцијално
3. Ауторство – некомерцијално – без прераде
- 4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима**
5. Ауторство – без прераде
6. Ауторство - делити под истим условима

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци, кратак опис лиценци је дат на полеђини листа).

### Потпис докторанда

У Београду, 21.11.2014

Зорко Ђорђевић

1. Ауторство – Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.
2. Ауторство – некомерцијално. Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.
3. Ауторство – некомерцијално – без прераде. Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима. . Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.
5. Ауторство – без прераде. Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.
6. Ауторство - делити под истим условима. Дозвољавате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверском лиценцима, односно лиценцима отвореног кода.